

# 1 Calcul numérique et littéral

## 1.1 Les opérations

### Rappel

Les opérations élémentaires sont

- l'addition,
- la soustraction,
- la multiplication,
- la division.

### Propriétés

Ces opérations ont plusieurs propriétés qui peuvent être utiles pour simplifier les calculs.

- L'addition est
  - commutative, on peut échanger les deux termes :  $a + b = b + a$   
 $6 + 81 = 81 + 6 = 87$   
 $0,13 + 7,67 = 7,67 + 0,13 = 7,8$
  - associative, on peut grouper les termes que l'on veut :  $(a + b) + c = a + (b + c)$   
 $(23 + 42) + 18 = 23 + (42 + 18) = 23 + 60 = 83$   
 $1,14 + (3,26 + 2,34) = (1,14 + 3,26) + 2,34 = 4,4 + 2,34 = 6,74$
- La multiplication est
  - commutative, on peut échanger les deux facteurs  $a \cdot b = b \cdot a$   
 $12 \cdot 3 = 3 \cdot 12 = 36$   
 $1,34 \cdot 2 = 2 \cdot 1,34 = 2,68$
  - associative, on peut grouper les facteurs que l'on veut :  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$   
 $(13 \cdot 25) \cdot 4 = 13 \cdot (25 \cdot 4) = 13 \cdot 100 = 1300$   
 $2 \cdot (0,5 \cdot 13) = (2 \cdot 0,5) \cdot 13 = 1 \cdot 13 = 13$
  - distributive par rapport à l'addition,  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Les côtés du grand rectangle mesurent  $a$  et

$b + c$ , son aire vaut donc  $a \cdot (b + c)$ .

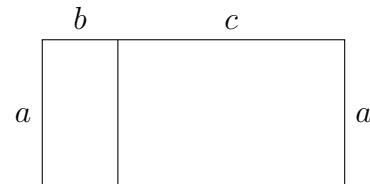
L'aire du petit rectangle vertical vaut  $a \cdot b$  alors que celle du petit rectangle horizontal vaut  $a \cdot c$ .

Comme l'aire du grand rectangle est égale à la somme des aires des deux petits rectangles, on a bien

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$8 \cdot (9 + 4) = 8 \cdot 9 + 8 \cdot 4 = 72 + 32 = 104$$

$$7 \cdot 50 + 7 \cdot 51 = 7 \cdot (50 + 51) = 7 \cdot 101 = 707$$



- La soustraction et la division ne vérifient aucune de ces propriétés.

**Rappel**

Un signe  $-$  devant une parenthèse a le même effet qu'une multiplication par  $-1$ , on doit le distribuer

$$-(a + b) = (-1) \cdot (a + b) = (-1) \cdot a + (-1) \cdot b = -a - b$$

Au contraire, un signe  $-$  devant une multiplication ne doit **pas** être distribué

$$-(a \cdot b) = (-1) \cdot (a \cdot b) = ((-1) \cdot a) \cdot b = -a \cdot b$$

**Priorité des opérations**

Dans une expression qui contient plusieurs opérations, il est important d'effectuer ces opérations dans le bon ordre, c'est-à-dire en commençant par

- a) le contenu des parenthèses, avec les parenthèses intérieures en premier,
- b) les puissances et les racines,
- c) les multiplications et les divisions, de gauche à droite,
- d) les additions et les soustractions, de gauche à droite.

$$\begin{aligned} 1 + 2 - 3 \cdot 4 : 2 + (5 - 6) \cdot 7 &= 1 + 2 - 3 \cdot 4 : 2 + (-1) \cdot 7 \\ &= 1 + 2 - 6 - 7 \\ &= -10 \end{aligned}$$

On a effectué, dans l'ordre, la parenthèse, puis les multiplications et les divisions, de gauche à droite et, pour finir, les additions et les soustractions, également de gauche à droite.

**Exemples**

Effectuer.

- a)  $7 + 6 + 3 = 7 + 3 + 6 = 10 + 6 = 16$
- b)  $14 \cdot 13 + 14 \cdot 7$
- c)  $3 \cdot 4 + 5 \cdot 12 - 6 \cdot 2$
- d)  $5 \cdot 6 + 12 : 3 + 6 : 2$
- e)  $8 \cdot 6 - 4 : 4 + 1 \cdot 2$
- f)  $25 - 10 : 5 + 5 - 1 \cdot 5$
- g)  $240 : 8 : 4 \cdot 2 + 8$
- h)  $3 \cdot 8 : 4 \cdot 6 : 6 + 4$
- i)  $100 - 50 - 40 + 10$
- j)  $150 - (10 + 50) : 5$
- k)  $20 - (3 + (10 - 7) \cdot 3)$
- l)  $(100 - (50 - (40 - 9))) \cdot 2$
- m)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 - 2 \cdot (6 - 3)$
- n)  $(5 + 6) \cdot 4 - 4 \cdot (15 - 4)$

## 1.2 Les fractions

### Multiplication

Pour multiplier deux nombres rationnels, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Si la fraction obtenue peut être réduite, on la réduit.

### Exemples

a)  $\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$

b)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$

c)  $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{10} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 10} = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$

d)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{12}{7} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 7} = \frac{24}{21} = \frac{8}{7}$

### Addition

Pour additionner deux nombres rationnels, deux étapes sont nécessaires.

- On met les deux fractions au même dénominateur.
- Une fois que les deux fractions sont au même dénominateur, on additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur commun.

Avec les fractions

$$\frac{a}{b} \quad \text{et} \quad \frac{c}{d}$$

cela donne

- a) la mise au même dénominateur

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{ad}{bd} \quad \text{et} \quad \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{cb}{db} = \frac{bc}{bd}$$

- b) l'addition des numérateurs

$$\frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

### Exemples

a)  $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 7} + \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{35}{21} + \frac{12}{21} = \frac{47}{21}$

b)  $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{4}{18} + \frac{3}{18} = \frac{7}{18}$

### Remarque

Dans le deuxième exemple, la mise au même dénominateur s'est faite en utilisant le fait que le plus petit multiple commun (PPMC) de 9 et 6 est 18.

**Soustraction**

Pour soustraire deux fractions, on procède comme pour l'addition : on commence par mettre les fractions au même dénominateur puis on effectue la soustraction.

**Exemples**

$$\text{a)} \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$$

$$\text{b)} \frac{7}{10} - \frac{1}{15} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{21}{30} - \frac{2}{30} = \frac{19}{30}$$

**Division**

Pour diviser deux fractions, on multiplie la première par l'inverse de la deuxième

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

**Exemples**

$$\text{a)} \frac{7}{3} : \frac{5}{8} = \frac{7}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{7 \cdot 8}{3 \cdot 5} = \frac{56}{15}$$

$$\text{b)} \frac{5}{9} : \frac{10}{27} = \frac{5}{9} \cdot \frac{27}{10} = \frac{5 \cdot 27}{9 \cdot 10} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 9}{9 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3}{2}$$

### 1.3 Les puissances

#### Définition

Si  $n$  est un entier positif ( $0, 1, 2, \dots$ ), la  $n$ -ème puissance d'un nombre  $a$ , que l'on note  $a^n$ , est le nombre obtenu par la multiplication du nombre  $a$ ,  $n$  fois

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ fois}}$$

La 2-ème puissance est appelée *carré*

$$a^2 = a \cdot a$$

La 3-ème puissance est appelée *cube*

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

#### Exemples

Effectuer

a)  $6^2$

b)  $2^5$

#### Propriétés

a)  $(ab)^n = a^n b^n$

d)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

b)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  (si  $b \neq 0$ )

e)  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

c)  $a^m a^n = a^{m+n}$

#### Exemples

On a donc

a)  $2^7 \cdot 3^7 = (2 \cdot 3)^7 = 6^7$

d)  $\frac{7^{10}}{7^4} = 7^{10-4} = 7^6$

b)  $\frac{4^3}{2^3} = \left(\frac{4}{2}\right)^3 = 2^3 = 8$

e)  $(2^5)^4 = 2^{5 \cdot 4} = 2^{20}$

c)  $7^4 \cdot 7^6 = 7^{4+6} = 7^{10}$

**Exemples**

Simplifier.

a)  $3^3 \cdot 4^3$

d)  $\frac{5^{17}}{5^7}$

b)  $\frac{6^7}{3^7}$

e)  $(4^5)^6$

c)  $2^8 \cdot 2^{12}$

**Remarque**

Si  $n$  est un entier positif ( $0, 1, 2 \dots$ ), le nombre  $a^{-n}$  est défini par  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

Par exemple,  $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ .

**Exemples**

Ecrire sans puissance.

a)  $10^{-1}$

b)  $25 \cdot 5^{-3}$

## 1.4 Notation scientifique

En sciences, on travaille souvent avec des nombres très grands ou très petits. Par exemple la distance entre la Terre et la planète Mars est de 55'758'000 km, alors que la taille d'un élément de microprocesseur (un transistor) mesure 0,000022 mm. Ces nombres ne sont pas pratiques à écrire. Les scientifiques les écrivent comme la multiplication d'un nombre entre 1 et 10 (10 non compris), avec éventuellement un signe moins, et une puissance entière de 10. On a ainsi, pour la distance entre la Terre et Mars

$$55'758'000 \text{ km} = 55'758'000'000 \text{ m} = 5,5758 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

et pour la taille d'un transistor

$$0,000022 \text{ mm} = 0,00000022 \text{ m} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

qui sont plus faciles à écrire.

### Exemples

Ecrire les nombres suivants en notation scientifique.

- |              |           |
|--------------|-----------|
| a) 193100000 | d) -42828 |
| b) 0,0006111 | e) 0,07   |
| c) 283       | f) 3,74   |

## 1.5 Les Monômes

### Définition

Un monôme est un nombre réel, une variable (c'est-à-dire une lettre), ou le produit de la multiplication de nombres et de variables.

### Exemples

a)  $16$

b)  $a$

c)  $3x$

d)  $6x^2y$

### Remarque

Les monômes se notent sous forme réduite, c'est-à-dire en premier les nombres, multipliés, c'est le coefficient, puis les variables (en regroupant les variables identiques avec un exposant si nécessaire), c'est la partie littérale.

### Exemples

Ecrire les monômes suivant sous forme réduite.

a)  $3 \cdot 3 \cdot 3$

c)  $3 \cdot x \cdot x$

b)  $2 \cdot a \cdot 2$

d)  $x \cdot 3 \cdot y \cdot 2 \cdot x$

### Définition

On appelle monômes semblables des monômes dont les parties littérales sont identiques.

### Multiplication

Pour multiplier des monômes entre eux, on multiplie les coefficients entre eux et les parties littérales entre elles, par exemple

$$2x \cdot 3y = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 6xy$$

### Exemple

Effectuer.

a)  $2xy^2 \cdot 5x^3y$

b)  $(ab)(-2a^3b^2)$

### Addition et soustraction

Pour additionner deux monômes semblables, on additionne les coefficients et on conserve la partie littérale, par exemple

$$4x^3y + 3x^3y = (4 + 3) \cdot x^3y = 7x^3y$$

Pour soustraire deux monômes semblables, on soustrait les coefficients et on conserve la partie littérale, par exemple

$$12abc - 7abc = (12 - 7) \cdot abc = 5abc$$

**Exemples**

Effectuer

a)  $3ab^2 - 9ab^2 + 4ab^2$

b)  $z + \frac{1}{3}z - \frac{8}{9}z$

**Définition**

Le degré d'un monôme est la somme des degrés de ses différentes variables.

**Exemples**

Déterminer le degré des monômes

a) 16

c)  $3x$

e)  $6x^2y$

b)  $a$

d)  $6xy$

f)  $5abc$

## 1.6 Les Polynômes

### Définition

Un polynôme est une somme de monômes. Son degré est le plus élevé des degrés des monômes qui le composent.

### Exemples

Déterminer le degré des polynômes suivants.

a)  $3x^2 - 4x + 2$

b)  $3x^2 + x - 2y$

c)  $2xy + 3x$

d)  $a + b + c + d$

e)  $3x^2y + 2xy^2 - x^4$

f)  $17abcd + 23a^2b$

### Addition et soustraction

Pour additionner ou soustraire des polynômes, on additionne ou on soustrait les monômes qui constituent chacun de ces polynômes.

### Exemples

a)  $(3x^2 - 5x + 1) + (-3x^2 + 7x + 4)$

b)  $(4x^3 + 3x^2 - 2x + 7) + (x^2 + 2x - 4)$

c)  $(x^2y^3 - 2x^3y + 2xy^2 - 5x) + (2x^3y + xy^2 + x - y)$

d)  $(5x^3 - 7x^2 + 3) - (-8x^2 + 3x - 2)$

### Multiplication

Pour multiplier deux polynômes, on multiplie chaque monôme du premier polynôme avec chaque monôme du deuxième polynôme. Le degré du polynôme obtenu est égal à la somme des degrés des deux polynômes multipliés.

### Exemples

a)  $(2x + 3)(x^2 - 5x + 6)$

b)  $(x^2y + 2)(x^2y + x - 2)$

c)  $(x^2 - y)(x + y - z)$

## 1.7 Evaluation d'une expression littérale

Evaluer une expression littérale, c'est déterminer la valeur de cette expression en remplaçant chaque variable (chaque lettre) par une valeur donnée.

### Exemple

Ainsi, pour  $x = 4$ , l'expression  $7x + 2$  vaut

$$7x + 2 = 7 \cdot 4 + 2 = 28 + 2 = 30$$

et, pour  $y = 6$  et  $z = 2$ , on a

$$\frac{5z}{7y+3} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 6 + 3} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

### Exemples

Evaluer les expressions suivantes pour les valeurs indiquées des variables

- a) pour  $x = 2$ ,  $3x + 5$
- b) pour  $y = 5$ ,  $y^2 + 3$
- c) pour  $x = 7$  et  $y = 9$ ,  $(x + y)(y - x)$
- d) pour  $x = 4$  et  $y = 6$ ,  $\frac{y - x}{x + y}$
- e) pour  $x = 1$  et  $y = 9$ ,  $\frac{4x + y}{3 - x}$

## 1.8 Identités remarquables

Certains produits de polynômes facilitent grandement le calcul, on les appelle les identités remarquables.

### Identités remarquables du 2ème degré

$$\begin{aligned}(A + B)^2 &= (A + B)(A + B) \\ &= A^2 + AB + BA + B^2 \\ &= A^2 + 2AB + B^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A - B)^2 &= (A - B)(A - B) \\ &= A^2 - AB - BA + B^2 \\ &= A^2 - 2AB + B^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A + B)(A - B) &= A^2 - AB + BA - B^2 \\ &= A^2 - B^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A + B + C)^2 &= (A + B + C)(A + B + C) \\ &= A^2 + AB + AC + BA + B^2 + BC + CA + CB + C^2 \\ &= A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC\end{aligned}$$

### Identités remarquables du 3ème degré

$$\begin{aligned}(A + B)^3 &= (A + B)(A + B)^2 \\ &= (A + B)(A^2 + 2AB + B^2) \\ &= A^3 + 2A^2B + AB^2 + BA^2 + 2AB^2 + B^3 \\ &= A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A - B)^3 &= (A - B)(A - B)^2 \\ &= (A - B)(A^2 - 2AB + B^2) \\ &= A^3 - 2A^2B + AB^2 - BA^2 + 2AB^2 - B^3 \\ &= A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A + B)(A^2 - AB + B^2) &= A^3 - A^2B + AB^2 + BA^2 - AB^2 + B^3 \\ &= A^3 + B^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A - B)(A^2 + AB + B^2) &= A^3 + A^2B + AB^2 - BA^2 - AB^2 - B^3 \\ &= A^3 - B^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (A + B)^2 &= A^2 + 2AB + B^2 \\
 (A - B)^2 &= A^2 - 2AB + B^2 \\
 (A + B)(A - B) &= A^2 - B^2 \\
 (A + B + C)^2 &= A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC \\
 (A + B)^3 &= A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \\
 (A - B)^3 &= A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 \\
 (A + B)(A^2 - AB + B^2) &= A^3 + B^3 \\
 (A - B)(A^2 + AB + B^2) &= A^3 - B^3
 \end{aligned}$$

### Exemples

Effectuer à l'aide des identités remarquables.

- a)  $(x - 5)(x + 5)$
- b)  $(4x - 7)(4x + 7)$
- c)  $(x^3 + y^2)(x^3 - y^2)$
- d)  $(3xy + 2)(3xy - 2)$
- e)  $(x^n + y^m)(x^n - y^m)$
- f)  $(4x^2yz - 7)(7 + 4x^2yz)$
- g)  $(x + y + 3)^2$
- h)  $(2x - y - z)^2$
- i)  $(3x + 2y - 1)^2$
- j)  $(x + 1)^3$
- k)  $(2 - x)^3$
- l)  $(2x - 1)^3$
- m)  $(2x - 3y)^3$
- n)  $(x^2 - y^3)^3$
- o)  $(3x^{2n} - y^n)^3$
- p)  $(x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$
- q)  $(x^2 + y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$
- r)  $(x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$
- s)  $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
- t)  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
- u)  $(x^3 - y)(x^6 + x^3y + y^2)$
- v)  $[3(x + y) - z][3(x + y) + z]$

## 1.9 Equations du premier degré

### Définition

- Une équation est une égalité entre deux expressions algébriques, appelées membres de l'équation.
- L'équation contient une inconnue, souvent notée  $x$ . Suivant la valeur attribuée à l'inconnue, l'équation est vraie ou fausse.
- Les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'équation est vraie sont appelées solutions de l'équation. On dit que ces valeurs, les solutions, vérifient l'équation.
- Enfin, résoudre une équation, c'est déterminer l'ensemble de toutes ses solutions. Cet ensemble est noté  $S$ .
- Si l'équation n'a aucune solution, on dit qu'elle est impossible. On écrit alors  $S = \emptyset$
- Enfin, si l'équation est vraie pour n'importe quelle valeur de l'inconnue, on dit qu'elle est indéterminée. On écrit alors  $S = \mathbb{R}$  ( $\mathbb{R}$  désigne l'ensemble des nombres réels, c'est-à-dire tous les nombres).

### Exemples

- a) L'équation  $3x - 2 = 2x + 1$  admet la solution  $x = 3$ , car si on remplace  $x$  par 3, on obtient  $9 - 2 = 6 + 1$ . De plus,  $x = 3$  est l'unique solution. On écrit  $S = \{3\}$ .
- b) L'équation  $2x + 1 = 0$  admet pour unique solution  $x = -\frac{1}{2}$ . On écrit  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
- c) L'équation  $3x - 2 = 5 + 3x$  est impossible :  $S = \emptyset$ .
- d) L'équation  $(x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$  est indéterminée, car elle est vraie pour n'importe quelle valeur de  $x$ . On écrit donc  $S = \mathbb{R}$ .

### Résolution

Pour résoudre une équation, on peut

- a) transformer un membre de l'équation à l'aide du calcul littéral :  
 l'équation  $4(x^2 + 3) - (1 - 2x)^2 - 11 - 3x = (x - 1)(x + 2) - x^2 - x$   
 devient  $4x^2 + 12 - (1 - 4x + 4x^2) - 11 - 3x = (x^2 + x - 2) - x^2 - x$   
 puis  $x = -2$  et donc  $S = \{-2\}$  ;
- b) ajouter ou soustraire la même expression aux deux membres de l'équation :  
 l'équation  $3x - 2 = 2x + 3$   
 devient  $3x - 2 - 2x = 2x + 3 - 2x$ , c'est-à-dire  $x - 2 = 3$  (on a soustrait  $2x$ )  
 puis  $x - 2 + 2 = 3 + 2$ , c'est-à-dire  $x = 5$  (on a additionné 2) et donc  $S = \{5\}$  ;
- c) multiplier ou diviser les deux membres de l'équation par le même nombre non nul :  
 l'équation  $\frac{3x}{5} - \frac{2}{3} = \frac{x}{3} + \frac{6}{5}$   
 devient  $15 \left( \frac{3x}{5} - \frac{2}{3} \right) = 15 \left( \frac{x}{3} + \frac{6}{5} \right)$   
 (on a multiplié par 15, le multiple commun des dénominateurs)

puis  $9x - 10 = 5x + 18$  (calcul littéral)  
et  $4x = 28$  (on a soustrait  $5x$  et additionné 10)  
et enfin  $x = 7$  (on a divisé par 4) et donc  $S = \{7\}$ .

### Exemples

Résoudre les équations suivantes.

a)  $2 - 3(5x + 8) = x - 2(3 - 4x)$

b)  $(x + 3)(x + 4) = x^2 - 3x + 4$

c)  $\frac{2x}{3} - \frac{5}{12} = \frac{x}{6} + \frac{1}{2}$

d)  $\frac{7x}{3} - \frac{x - 3}{2} = 4x + \frac{3}{2}$

## 1.10 Inéquations du premier degré

**Définition** Une inéquation est une inégalité entre deux expressions algébriques. Cette inégalité peut être de quatre types

- |  |  |
|--|--|
| $>$ plus grand que<br>$<$ plus petit que | $\geq$ plus grand ou égal à<br>$\leq$ plus petit ou égal à |
|--|--|

Comme les équations, les inéquations

- a) comprennent deux membres,
- b) contiennent une inconnue,
- c) peuvent être vraies ou fausses, suivant la valeur attribuée à l'inconnue,
- d) peuvent avoir des solutions, être impossibles ou indéterminées.

Enfin, résoudre une inéquation, c'est déterminer l'ensemble de toutes ses solutions. Cet ensemble est également noté  $S$ .

### Exemples

- a) L'inéquation  $3x - 6 > 0$  admet pour solution tous les nombres  $x$  tels que  $x > 2$ . On écrit donc  $S = ]2; +\infty[$ .
- b) L'inéquation  $x + 2 < x + 4$  admet pour solution tous les nombres. Elle est donc indéterminée et on écrit  $S = \mathbb{R}$ .
- c) L'inéquation  $3 + 2x \leq 2x - 1$  n'admet aucune solution. Elle est donc impossible et on écrit  $S = \emptyset$ .

### Résolution

Pour résoudre une inéquation, on peut

- a) utiliser le calcul littéral
- b) ajouter ou soustraire la même expression aux deux membres de l'inéquation
- c) multiplier ou diviser les deux membres de l'inéquation par le même nombre **strictement positif**

### Remarque

Si l'on veut multiplier les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif, il faut alors changer le sens de l'inégalité.

En effet, l'inéquation  $-x < 16$  devient  $0 - x + (x - 16) < 16 + (x - 16)$  et donc  $-16 < x$  (on a additionné  $x - 16$ ) et enfin  $x > 16$  (en permutant les deux membres et en changeant donc le sens de l'inégalité).

On obtient le même résultat en multipliant l'inéquation de départ  $-x < 16$  par  $-1$ , mais il faut bien changer le sens de l'inégalité.

**Exemples** Résoudre les inéquations suivantes.

- a)  $2(x + 4) > 3(x - 1)$
- b)  $\frac{5x}{3} - \frac{x - 1}{2} \geq x + \frac{1}{4}$
- c)  $(3x - 2)(x + 3) < 3(x^2 + 4x - 2)$

## Exercices

### Exercice 1.1

Effectuer

- a)  $6 + 18 + 4$   
 b)  $16 \cdot 17 + 16 \cdot 13$   
 c)  $9 \cdot 2 + 8 \cdot 7 - 3 \cdot 6$   
 d)  $8 \cdot 7 + 24 : 3 + 36 : 9$

- e)  $5 \cdot 8 : 4 : 5 + 2$   
 f)  $(7 + 3) \cdot 8 - 4 \cdot (22 - 14)$   
 g)  $3 \cdot (50 - (30 - (20 - 10)))$   
 h)  $(4 \cdot 4 \cdot 4 - 2 \cdot (7 - 5)) : 5 - 3$

### Exercice 1.2

Effectuer et simplifier

- a)  $\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{8}$   
 b)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$   
 c)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{8}$   
 d)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$

- e)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$   
 f)  $\frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{8}}$   
 g)  $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{8}}$   
 h)  $\frac{\frac{11}{2}}{\frac{7}{3}}$

### Exercice 1.3

Effectuer et simplifier

- a)  $\frac{1}{7} + \frac{2}{8}$   
 b)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$   
 c)  $\frac{5}{6} - \frac{6}{8}$   
 d)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{7}$

- e)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$   
 f)  $\frac{1}{7} + \frac{2}{9}$   
 g)  $\frac{3}{5} - \frac{7}{8}$   
 h)  $\frac{11}{2} + \frac{7}{3}$

**Exercice 1.4**

Effectuer et simplifier

a)  $\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7}\right) \cdot \frac{3}{2}$

b)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7}$

c)  $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{9}\right)$

d)  $\frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{7} + 1}$

e)  $\frac{\frac{7}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$

f)  $\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{6}}{2 - \frac{4}{7}}$

g)  $\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{12} - \frac{5}{9}}$

h)  $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{6}{5}\right) - \left(\frac{1}{7} - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{3}{2}$

**Exercice 1.5**

Simplifier

a)  $3^5 \cdot 4^5$

b)  $\frac{16^7}{2^7}$

c)  $5^{14} \cdot 5^3$

d)  $(2^7)^3$

e)  $\frac{3^{12}}{3^8}$

f)  $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{4}\right)^2}{\frac{1}{2^4}}$

g)  $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^4}$

h)  $\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2}{\frac{1}{56}}$

**Exercice 1.6**

Écrire en notation scientifique

a) 1000000

b) 3200

c) 0,0032

d) 1 milliard

e)  $\frac{1}{100}$

f)  $\frac{1}{2}$

g)  $\frac{1}{200}$

h) 345,67

**Exercice 1.7**

Simplifier

a)  $\frac{10^3}{10^5}$

b)  $\frac{3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5}$

c)  $\frac{7}{2} \cdot \frac{10^6}{10^4}$

d)  $\frac{10^2}{10^{-7}}$

e)  $\frac{10^{-3}}{10^{-2}} + \frac{1}{10^2}$

f)  $\frac{\frac{10^5}{10^6}}{\frac{10^{99}}{10^{98}}}$

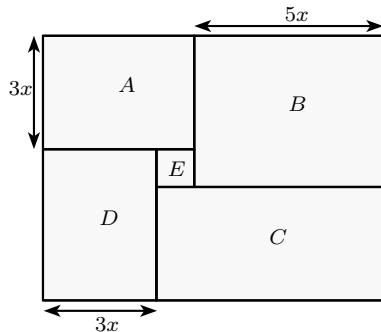
g)  $\frac{(10^4)^9}{(10^7)^5}$

h)  $3^2 \cdot 10^4 + 5^2 \cdot 10^3$

**Exercice 1.8**Les rectangles  $A$  et  $D$  ont la même aire et  $E$  est un carré de côté  $x$ . Exprimer, en fonction

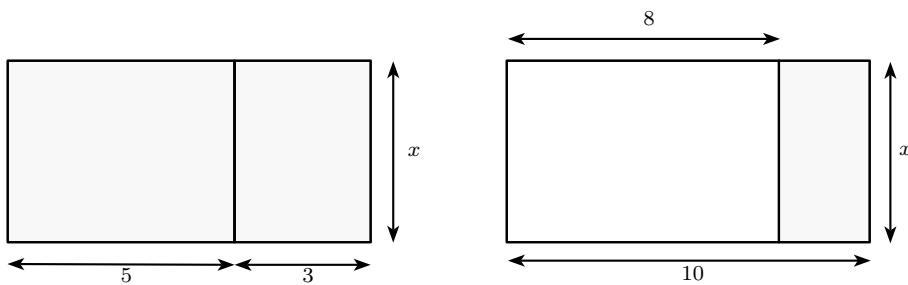
de  $x$  :

- le périmètre de chacune des surfaces  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ ;
- l'aire de chacune des surfaces  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ ;
- l'aire totale du rectangle extérieur



### Exercice 1.9

Exprimer, en fonction de  $x$  et de deux manières différentes, l'aire des rectangles colorés.



### Exercice 1.10

Traduire chacune des phrases ci-dessous par une expression littérale :

- Je choisis un nombre  $a$ , je le multiplie par 2, puis j'ajoute 3 au résultat.
- Je choisis un nombre  $a$ , je lui ajoute 3, puis je multiplie le résultat par 2.
- Je choisis un nombre  $a$ , je lui ajoute le produit de 2 par 3.
- Je choisis un nombre  $a$ , je lui enlève 3, puis je multiplie le résultat par 2.
- Je choisis un nombre  $a$ , je l'élève au carré, puis j'ajoute 3 au résultat.
- Je choisis un nombre  $a$ , je le multiplie par 3, puis j'enlève 2 au résultat.
- Je choisis un nombre  $a$ , je lui enlève 2, puis je multiplie le résultat par 3.
- Je choisis un nombre  $a$ , je lui enlève 2, puis j'élève le résultat au cube.

### Exercice 1.11

Réduire

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $a(ab)$                      | g) $6m \cdot 6m \cdot n$        |
| b) $(2xy) \cdot (3xy)$          | h) $\frac{c}{2} \cdot 20c$      |
| c) $5z \cdot 2z$                | i) $5x \cdot x \cdot 10x$       |
| d) $-2v \cdot 5v$               | j) $-y \cdot y \cdot (-y)$      |
| e) $(3a) \cdot (4a) \cdot (5a)$ | k) $(-1) \cdot x \cdot (-y)$    |
| f) $4a \cdot b \cdot (-b)$      | l) $(-r) \cdot (-t) \cdot (-4)$ |

### Exercice 1.12

Réduire et ordonner les polynômes suivants puis indiquer leur degré :

- a)  $3x^2 + 5x + x^2 + 5 - 3x$
- b)  $3z + z^5 - z + 2z^3 + 4z^5 + z^2$
- c)  $-2x + 2x^4 - 2^4$
- d)  $4x^2 + 6x - 2x^2 - 5x$
- e)  $4x + 5y - 2x + 3$
- f)  $7z^2 - 3x + 5, 5z^2 - 2x + 2$
- g)  $x^3 - 3x^3 + 2x^3$
- h)  $u^4 - u^3 + u^2 - u + u^2 - u^3 + u^4$

### Exercice 1.13

Quel polynôme faut-il ajouter à  $10x$  pour obtenir  $12x + 4$  ?

Même question :

	à partir de ...	pour obtenir ...
a)	$x + 1$	$x - 1$
b)	$3y - 5$	$y + 2$
c)	$x^3 + x$	$x$
d)	$x + y$	$4x$
e)	$y^3 + 2y^2$	$y^3 - y + 1$
f)	$3x^2 - 5x + 2$	$-3x^2 + 5x - 2$
g)	$-2z + 3$	$z^2 + 5z$
h)	$-3m + 5n$	$-5m + 3$

### Exercice 1.14

Effectuer et réduire les expressions suivantes :

- a)  $(x^2 + x + 1) + (3x^2 - 8x + 7)$
- b)  $(x^2 + yz^3 - x) + (2x + 2yz^3)$
- c)  $5x - (3x^2 + 12)$
- d)  $(8x + 3y - z) - (5x + 3y + z)$
- e)  $18x - [7x - (8x - y)]$
- f)  $(6x + 5y) + (4x + y - 3z) - (2z + 5x - 3y)$
- g)  $-[(1 + x + x^2) - (2x - 4x^2)]$

h)  $25x - \{13x - [24x - (5x + 3y) - (7x - y)] + (24x - 2y)\}$

### Exercice 1.15

Effectuer et réduire les expressions suivantes :

- a)  $4(x + 1)$
- b)  $(-x + 8) \cdot (-10)$
- c)  $(2x + 5) \cdot (3x - 7)$
- d)  $(4x - 3y) \cdot (x - 5y)$
- e)  $(2u + 3) \cdot (u - 4) + 4u \cdot (u + 1)$
- f)  $(3x + 5)^2 \cdot (2x^2 + 9x - 5)$
- g)  $7(a^2 - 5) \cdot (3a^2 - a + 2) \cdot (a - 1)$
- h)  $(x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$
- i)  $(2z + 1)^4$

### Exercice 1.16

Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits ?

- a)  $5x(2x + 3)$
- b)  $3y + 9$
- c)  $(5z + 2)^2$
- d)  $12x^2 + 8x + 4$
- e)  $(7a + 5)(6b + 4)$
- f)  $(3f + 5)(2f + 6) + (2f + 4)(3f + 8)$

### Exercice 1.17

Évaluer les expressions suivantes dans les valeurs indiquées.

- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| a) $3x - 4$ en $x = 2$           | e) $8x + 5$ en $x = 0$                    |
| b) $x^2 + 3$ en $x = -4$         | f) $\frac{1+x}{1-x}$ en $x = \frac{1}{2}$ |
| c) $-x^2 - 1$ en $x = 2$         | g) $x^2 + 2x + 1$ en $x = -2$             |
| d) $-x + 1$ en $x = \frac{1}{2}$ | h) $8x^2 + 7x + 6$ en $x = -1$            |

**Exercice 1.18**

Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

- |  |  |
|--|--|
| a) $(x + 2)^2$   | h) $((x - y)(x + y))^2$                          |
| b) $(x + 3)(x - 3)$  | i) $(-u - 3w)^2$                                 |
| c) $(2a - 3b)^2$   | j) $\left(\frac{2a}{5} + \frac{b^2}{4}\right)^2$ |
| d) $(xy + 1)^2$  | k) $(a - b)^2 - (b - a)^2$                       |
| e) $\left(\frac{a^2}{2} + \frac{2b}{3}\right) \left(\frac{a^2}{2} - \frac{2b}{3}\right)$ | l) $(x^3 + x)^2 - (x^2 + 1)^2$                   |
| f) $\left(a - \frac{b}{2}\right)^2$  | m) $(2a - 3b)(4a^2 + 9b^2)(2a + 3b)$             |
| g) $(3a^2x^3b + 2ax^2b^3)^2$   | n) $(a - 2c)(2c + a)(a^2 - 4c^2)$                |
|  | o) $(4z - 2)^3$                                  |

**Exercice 1.19**

Compléter les identités remarquables suivantes :

- |  |
|--|
| a) $(2y - \dots)^2 = \dots - \dots + 81$                         |
| b) $\left(\dots + \frac{2}{5}\right)(a - \dots) = \dots - \dots$ |
| c) $(\dots + \dots)^2 = \dots + z + \frac{1}{4}$                 |
| d) $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + \frac{1}{9}$                |
| e) $(\dots - 2y)^2 = z^2 - \dots + \dots$                        |
| f) $(\dots - 7)^2 = 9t^2 - \dots + \dots$                        |
| g) $(t - \dots)^2 = \dots - 5t + \dots$                          |
| h) $(\dots + \dots)(\dots - \dots) = x^2 - 3$                    |

**Exercice 1.20**

Montrer l'égalité suivante

a)  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$

**Exercice 1.21**

Résoudre les équations suivantes, sans oublier de vérifier chaque réponse !

- |                  |                      |
|------------------|----------------------|
| a) $x + 3 = 8$   | f) $6x - 21 = 3$     |
| b) $x - 2 = 9$   | g) $27 = 4x - 9$     |
| c) $4 = x - 1$   | h) $3x + 5 = 2x + 9$ |
| d) $13 = x + 3$  | i) $5x - 3 = 4x + 8$ |
| e) $4x + 3 = 51$ | j) $7x - 9 = 6x - 3$ |

**Exercice 1.22**

Résoudre les équations suivantes, sans oublier de vérifier chaque réponse !

- |                              |                                      |
|------------------------------|--------------------------------------|
| a) $80 - 5x = 20 + x - 12$   | e) $4,3x - 3,9 = 2,4x + 5,6$         |
| b) $8x - 5 = 7x - 2,75 - 2x$ | f) $8,3 - 3x = 2,1 + 7,2x + 6,2$     |
| c) $0 = 9 - 6x - 19 + 10x$   | g) $10x - 2,05 = 4,9x + 1,75 - 2,5x$ |
| d) $0,5x - 6,3 = 3,7x - 9,5$ | h) $0,2x - 0,089x + 1,78 = x - 16$   |

**Exercice 1.23**

Résoudre les équations suivantes, sans oublier de vérifier chaque réponse !

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| a) $2x + 7 - 16x = 8 + 6x + 39$     | e) $5 - x = 3 - 2x + 5$                  |
| b) $3x - 15 - 4x = -9 + x - 13$     | f) $9x - 11 - 3x = 4x + 12 - 3x$         |
| c) $15x - 73 - 24x = 59 - 16 + 20x$ | g) $15 - 4x - 2 = 3 - 4x + 1 + x$        |
| d) $5x - 3 = 4x - 3 + 7$            | h) $19x - 32 + 17x = 18x - 30 + 16x - 4$ |

**Exercice 1.24**

Résoudre les équations suivantes, sans oublier de vérifier chaque réponse !

- |   |   |
|---|---|
| a) $\frac{x}{0,1} = 10$                       | f) $1 = \frac{x}{4} - \frac{x}{8}$      |
| b) $\frac{x}{0,01} = 10$                      | g) $14 = \frac{14x}{9} - \frac{7x}{18}$ |
| c) $\frac{x}{0,001} = 10$                     | h) $1 - \frac{2x}{5} = \frac{11}{9}$    |
| d) $\frac{x}{15} - 3 = \frac{1}{2}$           | i) $15 - \frac{x}{3} = \frac{5}{3}$     |
| e) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{1}{12}$ | j) $\frac{11}{4} + \frac{x}{3} = 1$     |

**Exercice 1.25**

Résoudre les équations suivantes, sans oublier de vérifier chaque réponse !

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| a) $1 + \frac{9}{x} = \frac{75}{x}$ | e) $4 - \frac{9}{x} = 3 + \frac{2}{x}$   |
| b) $4 = \frac{5}{x} + 3$            | f) $12 + \frac{6}{x} = 11 - \frac{3}{x}$ |
| c) $14 = \frac{25}{x} - 11$         | g) $\frac{5}{x} - 4 = \frac{9}{x} - 5$   |
| d) $8 + \frac{1}{x} = \frac{9}{x}$  | h) $\frac{7}{x} - 1 = \frac{29}{x}$      |

**Exercice 1.26**

Résoudre les équations suivantes, sans oublier de vérifier chaque réponse !

a) 
$$\frac{x+3}{x-5} = 3$$

b) 
$$\frac{x+3}{x-5} = 1$$

c) 
$$\frac{x-4}{x+2} = \frac{3}{4}$$

d) 
$$\frac{2x+8}{3x-2} = \frac{1}{2}$$

e) 
$$\frac{x-7}{2x-5} + 8 = \frac{4}{5}$$

f) 
$$\frac{3x-4}{2x+7} - \frac{3}{2} = \frac{4}{7}$$

**Exercice 1.27**

Résoudre les inéquations, donner la solution en notation par intervalle :

a) 
$$x - 7 > -3x + 1$$

f) 
$$3 - 2x \geq 2$$

b) 
$$3 - 2x > 3x - 5$$

g) 
$$x + 9 + 1 - 2x < 4 + 5 - 3x$$

c) 
$$2x - 3 + x + 4 \leq x + 2$$

h) 
$$3x - 2 \leq 2x - 8$$

d) 
$$3 - 4x < x - 3$$

i) 
$$x + 9 - 1 - 2x < 4 - 5 - 3x$$

**Exercice 1.28**

Sans résoudre, dire si le nombre 4 est une solution de l'inéquation  $3x - 2 \leq 7$  et justifier.

**Exercice 1.29**

Sans résoudre, dire si le nombre 1 est une solution de l'inéquation  $2x + x \leq 5x$  et justifier.

**Exercice 1.30**

Sans résoudre, dire si le nombre  $-1$  est une solution de l'inéquation  $2x + x \leq 5x$  et justifier.

## Solutions

### Solution 1.1

- |        |       |
|--------|-------|
| a) 28  | e) 4  |
| b) 480 | f) 48 |
| c) 56  | g) 90 |
| d) 68  | h) 9  |

### Solution 1.2

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a) $\frac{1}{28}$  | e) 2               |
| b) $\frac{1}{8}$   | f) $\frac{8}{7}$   |
| c) $\frac{5}{8}$   | g) $\frac{24}{35}$ |
| d) $\frac{15}{28}$ | h) $\frac{33}{14}$ |

### Solution 1.3

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a) $\frac{11}{28}$ | e) $\frac{1}{4}$    |
| b) $\frac{3}{4}$   | f) $\frac{23}{63}$  |
| c) $\frac{1}{12}$  | g) $-\frac{11}{40}$ |
| d) $\frac{1}{28}$  | h) $\frac{47}{6}$   |

### Solution 1.4

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| a) $-\frac{9}{70}$   | e) $\frac{22}{21}$  |
| b) $\frac{33}{70}$   | f) $\frac{77}{300}$ |
| c) $\frac{1}{24}$    | g) $-\frac{18}{17}$ |
| d) $\frac{175}{144}$ | h) $\frac{17}{84}$  |

**Solution 1.5**

- |             |                   |
|-------------|-------------------|
| a) $12^5$   | f) 1              |
| b) $8^7$    | g) $\frac{1}{2}$  |
| c) $5^{17}$ |                   |
| d) $2^{21}$ | h) $\frac{1}{56}$ |
| e) $3^4$    |                   |

**Solution 1.6**

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| a) $1 \cdot 10^6$      | e) $1 \cdot 10^{-2}$   |
| b) $3,2 \cdot 10^3$    | f) $5 \cdot 10^{-1}$   |
| c) $3,2 \cdot 10^{-3}$ | g) $5 \cdot 10^{-3}$   |
| d) $1 \cdot 10^9$      | h) $3,4567 \cdot 10^2$ |

**Solution 1.7**

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a) $\frac{1}{100}$ | e) $\frac{11}{100}$ |
| b) $\frac{3}{200}$ | f) $\frac{1}{100}$  |
| c) 350             | g) 10               |
| d) 1000000000      | h) 115000           |

**Solution 1.8**

- |  |
|--|
| a) $P_A = 14x, P_B = 18x, P_C = 18x, P_D = 14x, P_E = 4x$          |
| b) $A_A = 12x^2, A_B = 20x^2, A_C = 18x^2, A_D = 12x^2, A_E = x^2$ |
| c) $63x^2$   |

**Solution 1.9**

- |                       |
|-----------------------|
| a) $5x + 3x$ ou $8x$  |
| b) $10x - 8x$ ou $2x$ |

**Solution 1.10**

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| a) $2a + 3$          | e) $a^2 + 3$         |
| b) $(a + 3) \cdot 2$ | f) $3a - 2$          |
| c) $a + 2 \cdot 3$   | g) $(a - 2) \cdot 3$ |
| d) $(a - 3) \cdot 2$ | h) $(a - 2)^3$       |

**Solution 1.11**

- |                |               |
|----------------|---------------|
| a) $a^2 b$     | g) $36 m^2 n$ |
| b) $6 x^2 y^2$ | h) $10 c^2$   |
| c) $10 z^2$    | i) $50 x^3$   |
| d) $-10 v^2$   | j) $y^3$      |
| e) $60 a^3$    | k) $x y$      |
| f) $-4 a b^2$  | l) $-4 r t$   |

**Solution 1.12**

- a)  $4 x^2 + 2 x + 5$ , degré 2
- b)  $5 z^5 + 2 z^3 + z^2 + 2 z$ , degré 5
- c)  $2 x^4 - 2 x - 16$ , degré 4
- d)  $2 x^2 + x$ , degré 2
- e)  $2 x + 5 y + 3$ , degré 1
- f)  $12,5 z^2 - 5 x + 2$ , degré 2
- g) 0, degré indéterminé
- h)  $2 u^4 - 2 u^3 + 2 u^2 - u$ , degré 4

**Solution 1.13**

- a)  $-2$
- b)  $-2 y + 7$
- c)  $-x^3$
- d)  $3 x - y$
- e)  $-2 y^2 - y + 1$
- f)  $-6 x^2 + 10 x - 4$
- g)  $z^2 + 7 z - 3$
- h)  $-2 m - 5 n + 3$

**Solution 1.14**

- a)  $4 x^2 - 7 x + 8$
- b)  $x^2 + x + 3 y z^3$
- c)  $-3 x^2 + 5 x - 12$
- d)  $3 x - 2 z$
- e)  $19 x - y$
- f)  $5 x + 9 y - 5 z$
- g)  $-5 x^2 + x - 1$
- h) 0

**Solution 1.15**

- a)  $4x + 4$
- b)  $10x - 80$
- c)  $6x^2 + x - 35$
- d)  $4x^2 - 23xy + 15y^2$
- e)  $6u^2 - u - 12$
- f)  $18x^4 + 141x^3 + 275x^2 + 75x - 125$
- g)  $21a^5 - 28a^4 - 84a^3 + 126a^2 - 105a + 70$
- h)  $x^3 + 4x^2 + x - 6$
- i)  $16z^4 + 32z^3 + 24z^2 + 8z + 1$

**Solution 1.16**

- a) produit
- b) somme
- c) produit
- d) somme
- e) produit
- f) somme

**Solution 1.17**

- |                  |      |
|------------------|------|
| a) 2             | e) 5 |
| b) 19            | f) 3 |
| c) -5            | g) 1 |
| d) $\frac{1}{2}$ | h) 7 |

**Solution 1.18**

- a)  $x^2 + 4x + 4$
- b)  $x^2 - 9$
- c)  $4a^2 - 12ab + 9b^2$
- d)  $x^2y^2 + 2xy + 1$
- e)  $\frac{a^4}{4} - \frac{4b^2}{9}$
- f)  $a^2 - ab + \frac{b^2}{4}$
- g)  $9a^4b^2x^6 + 12a^3b^4x^5 + 4a^2b^6x^4$
- h)  $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$
- i)  $u^2 + 6uw + 9w^2$
- j)  $\frac{4a^2}{25} + \frac{ab^2}{5} + \frac{b^4}{16}$
- k) 0
- l)  $x^6 + x^4 - x^2 - 1$
- m)  $16a^4 - 81b^4$
- n)  $a^4 - 8a^2c^2 + 16c^4$

o)  $64z^3 - 96z^2 + 48z - 8$

**Solution 1.19**

a)  $(2y - 9)^2 = 4y^2 - 36y + 81$

b)  $(a + \frac{2}{5})(a - \frac{2}{5}) = a^2 - \frac{4}{25}$

c)  $(z + \frac{1}{2})^2 = z^2 + z + \frac{1}{4}$

d)  $(3x + \frac{1}{3})^2 = 9x^2 + 2x + \frac{1}{9}$

e)  $(z - 2y)^2 = z^2 - 4yz + 4y^2$

f)  $(3t - 7)^2 = 9t^2 - 42t + 49$

g)  $(t - \frac{5}{2})^2 = t^2 - 5t + \frac{25}{4}$

h)  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = x^2 - 3$

**Solution 1.20**

Il faut développer puis réduire le membre de gauche.

**Solution 1.21**

a)  $S = \{5\}$

f)  $S = \{4\}$

b)  $S = \{11\}$

g)  $S = \{9\}$

c)  $S = \{5\}$

h)  $S = \{4\}$

d)  $S = \{10\}$

i)  $S = \{11\}$

e)  $S = \{12\}$

j)  $S = \{6\}$

**Solution 1.22**

a)  $S = \{12\}$

e)  $S = \{5\}$

b)  $S = \{0, 75\}$

f)  $S = \{0\}$

c)  $S = \{2, 5\}$

g)  $S = \{0, 5\}$

d)  $S = \{1\}$

h)  $S = \{20\}$

**Solution 1.23**

a)  $S = \{-2\}$

e)  $S = \{3\}$

b)  $S = \{\frac{7}{2} = 3, 5\}$

f)  $S = \{\frac{23}{5} = 4, 6\}$

c)  $S = \{-4\}$

g)  $S = \{11\}$

d)  $S = \{7\}$

h)  $S = \{-1\}$

**Solution 1.24**

- |                                    |                            |
|------------------------------------|----------------------------|
| a) $S = \{1\}$                     | f) $S = \{8\}$             |
| b) $S = \{0, 1\}$                  | g) $S = \{12\}$            |
| c) $S = \{0, 01\}$                 | h) $S = \{-\frac{5}{9}\}$  |
| d) $S = \{\frac{105}{2} = 52, 5\}$ | i) $S = \{40\}$            |
| e) $S = \{1\}$                     | j) $S = \{-\frac{21}{4}\}$ |

**Solution 1.25**

- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| a) $S = \{66\}$ | e) $S = \{11\}$  |
| b) $S = \{5\}$  | f) $S = \{-9\}$  |
| c) $S = \{1\}$  | g) $S = \{4\}$   |
| d) $S = \{1\}$  | h) $S = \{-22\}$ |

**Solution 1.26**

- |                    |                             |
|--------------------|-----------------------------|
| a) $S = \{9\}$     | d) $S = \{-18\}$            |
| b) $S = \emptyset$ | e) $S = \{\frac{215}{77}\}$ |
| c) $S = \{22\}$    | f) $S = \{\frac{259}{16}\}$ |

**Solution 1.27**

- |   |                                  |
|---|----------------------------------|
| a) $S = ]2; \infty[$                              | f) $S = ]-\infty; \frac{1}{2}]$  |
| b) $S = ]-\infty; \frac{8}{5}[ = ]-\infty; 1, 6[$ | g) $S = ]-\infty; -\frac{1}{2}[$ |
| c) $S = ]-\infty; \frac{1}{2}]$                   | h) $S = [-\infty; -6]$           |
| d) $S = ]\frac{6}{5}; \infty[ = ]1, 2; \infty[$   | i) $S = ]-\infty; -\frac{9}{2}[$ |
| e) $S = \emptyset$                                |                                  |

**Solution 1.28**

Non, 4 n'est pas solution de l'inéquation. Il suffit d'évaluer le membre de gauche pour le savoir.

**Solution 1.29**

Oui, 1 est solution de l'inéquation. Il suffit d'évaluer le membre de gauche pour le savoir.

**Solution 1.30**

Non, -1 n'est pas solution de l'inéquation. Il suffit d'évaluer le membre de gauche pour le savoir.