3 Fonction affines

3.1 Généralités

3.1.1 Définition d'une fonction affine

Définition
On appelle **fonction affine** toute fonction du type :

$$x \mapsto m \cdot x + h \quad \text{(avec } m \text{ et } h \text{ des nombres réels fixes)}$$

Exemple
La fonction $x \mapsto 2\,x + 5$ est une fonction affine. Cela signifie qu'on attache à tout nombre réel x son image par f : $2\,x + 5$.

De manière équivalente, on peut aussi écrire

$$f(x) = m\,x + h$$

où $f(x)$ est l'image de x par f.

Exemple
La fonction de l'exemple précédent s'écrit $f(x) = 2\,x + 5$.

Si $f(x) = 2x + 5$, $\quad f(0) = 5$, $\quad f(-1) = 3$, $\quad f(3) = 11$.

3.1.2 Graphe d'une fonction affine

Le graphe d'une fonction affine est une droite. Pour la représenter, on procède en deux étapes :
On dresse un tableau des valeurs : on choisit quelques valeurs de x et on calcule l'image par f de ces x.

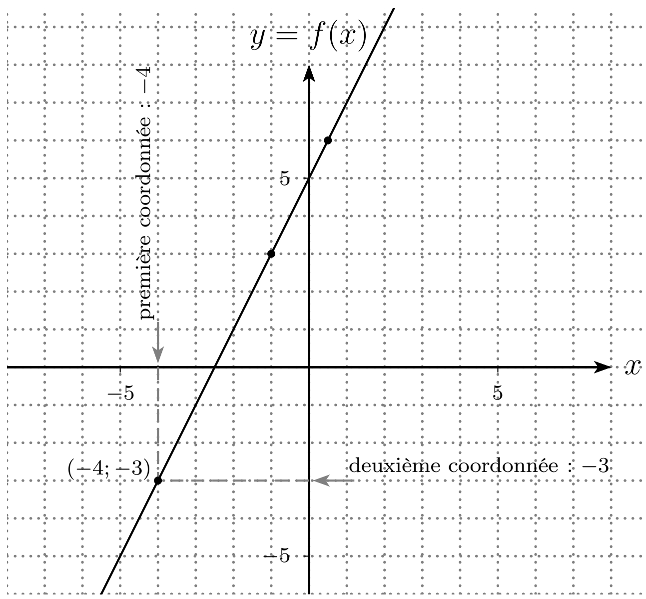
Exemple

x	-4	-3	-2	-1	0	1	$\frac{1}{2}$
$f(x) = 2\,x + 5$	-3		1	3		7	6

On place les paires de nombres ainsi obtenues sur un graphique : sur l'axe horizontal (abscisses), on lit x, la première coordonnée du point ; sur l'axe vertical (ordonnées), on lit $y = f(x)$, la deuxième coordonnée du point. Ces points forment une droite qu'on peut tracer dès qu'on a placé deux points. Les autres points permettent de vérifier si la droite tracée est correcte : ils doivent être sur cette droite.

Exemple

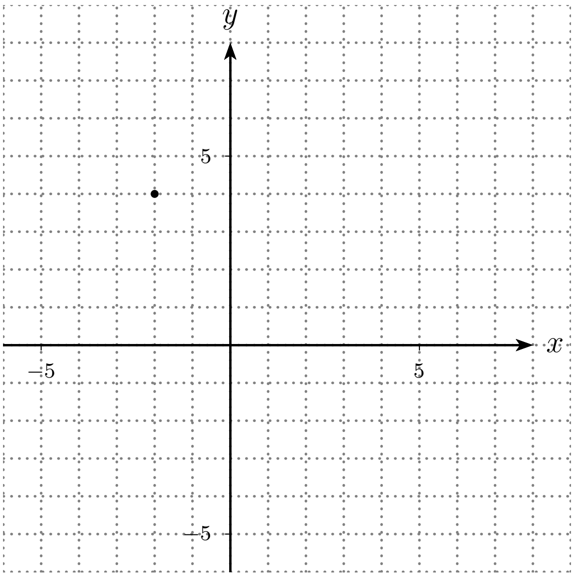
Graphe de $f(x) = 2\,x + 5$



Exemple
Représentons le graphe de $f(x) = -3\,x - 2$.
Première étape, le tableau des valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\frac{1}{2}$
$f(x) = -3\,x - 2$		4						

Seconde étape, le placement des paires de nombres :



3.1.3 Pente et ordonnée à l'origine d'une fonction affine

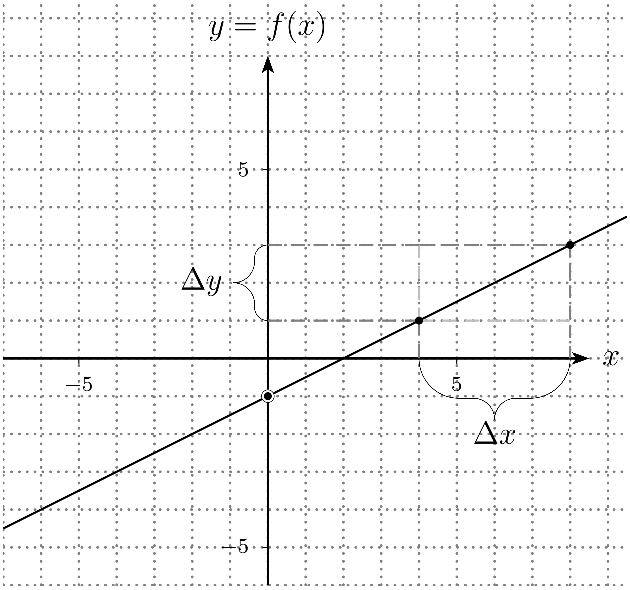
Définition
On appelle **pente** de la droite le rapport

$$\frac{\text{dénivellation (verticale)}}{\text{distance horizontale}} = \frac{\text{différence de hauteur}}{\text{différence de longueur}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Définition
On appelle **ordonnée à l'origine** la hauteur à laquelle la droite coupe l'axe des y.

On peut voir sur le graphique que la pente vaut m et que l'ordonnée à l'origine vaut h.

Exemple
On a représenté ci-dessous le graphe de $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$.



Pente :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = m$$

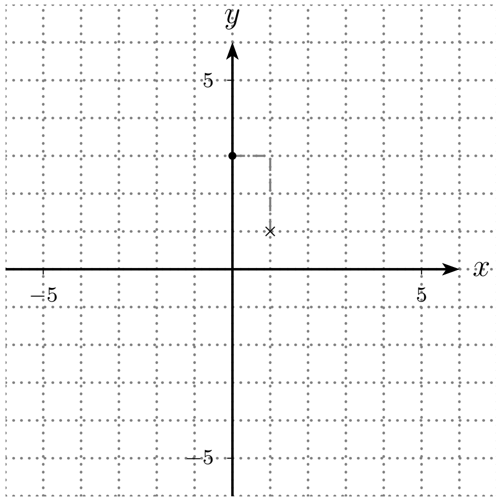
Ordonnée à l'origine :
La droite coupe l'axe des y à la hauteur $y = -1 = h$
c'est-à-dire
au point de coordonnées $(0; -1)$.

On peut représenter le graphe d'une fonction affine en utilisant m et h sans recourir à un tableau des valeurs.

Exemple
Représentons le graphe de $f = -2\,x + 3$ à l'aide de m et h.

$f(x) = -2\,x + 3$

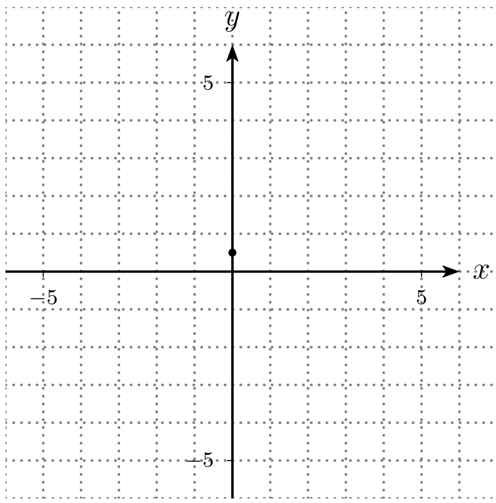
$m = -2,\ h = 3$



Exemple
Représentons le graphe de $f = -x + \frac{1}{2}$ à l'aide de m et h.

$f = -x + \frac{1}{2}$

$m = \quad\quad ,\ h = \frac{1}{2}$



3.1.4 Intersection avec l'axe des x (abscisses)

Définition
On appelle **zéro** de f le x qui annule $f(x)$.

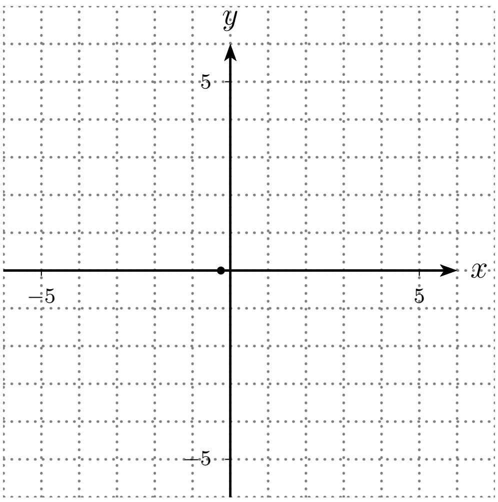
Propriété
Le zéro de f est la première coordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des x.

Pour déterminer la valeur du zéro de f, on résout donc l'équation $m\,x + h = 0$.

Exemple
Déterminons le zéro de $f(x) = 4\,x + 1$. Il faut résoudre l'équation $4\,x + 1 = 0$:

$$4\,x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4\,x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

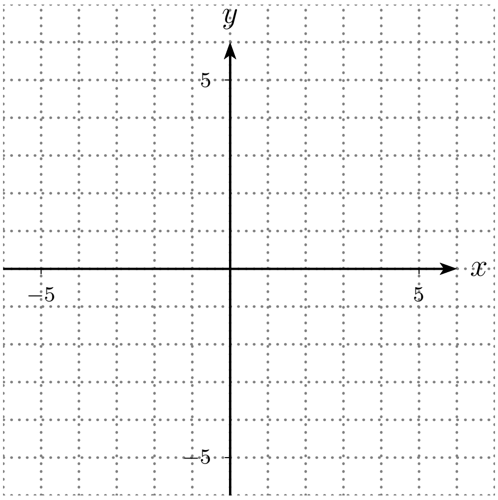
Donc le zéro de $f(x) = 4\,x + 1$ est $x = -\frac{1}{4}$. Autrement dit la droite coupe l'axe des x au point d'abscisse $x = -\frac{1}{4}$, c'est-à-dire au point de coordonnées $(-\frac{1}{4}; 0)$.



Exemple
Déterminons le zéro de $f(x) = -10\,x + 5$. Il faut résoudre l'équation $-10\,x + 5 =$

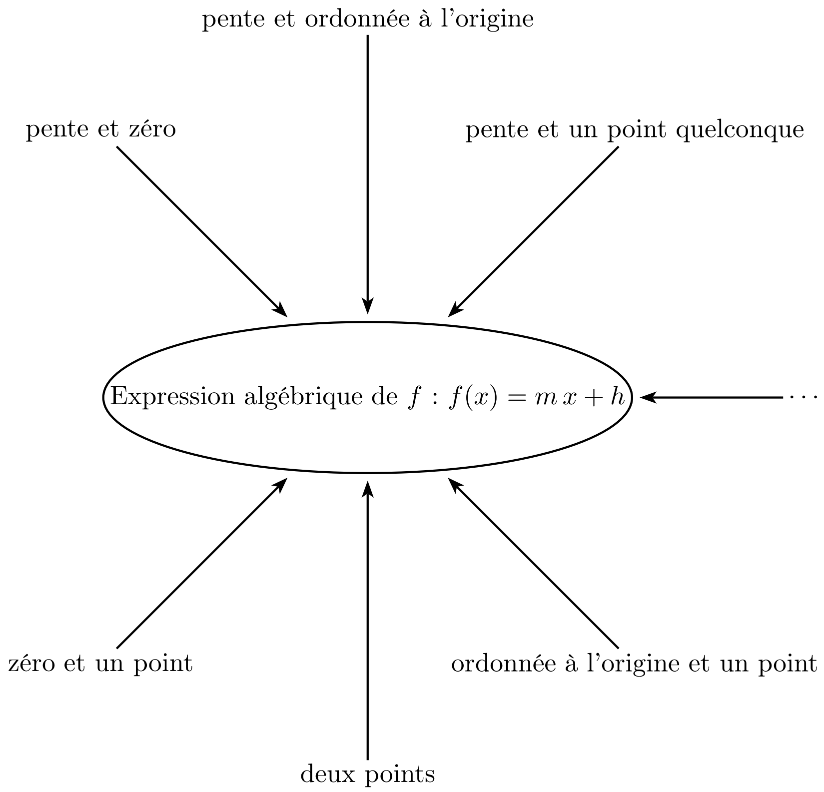
$$-10\,x + 5 = \qquad \Leftrightarrow \qquad\qquad \Leftrightarrow\ x =$$

Donc le zéro de $f(x) = -10\,x + 5$ est $x =$. Autrement dit la droite coupe l'axe des x au point d'abscisse $x =$, c'est-à-dire au point de coordonnées (;).



3.2 Détermination d'une fonction affine

Parfois, on ne dispose pas de l'expression algébrique de la fonction f ; mais des informations nous permettent de la retrouver :



3.2.1 À partir de la pente et de l'ordonnée à l'origine

Si on dispose de la pente m et de l'ordonnée à l'origine h de f, il suffit de remplacer m et h par ces valeurs dans la formule générale $f(x) = m\,x + h$.

Exemple
Déterminons l'expression algébrique de la fonction affine de pente 4 et d'ordonnée à l'origine 10.

$$f(x) = m\,x + h \Leftrightarrow f(x) = 4\,x + 10$$

3.2.2 À partir de la pente et de l'intersection avec l'axe des x

Si on dispose de la pente m et du zéro de f, il faut tout d'abord remplacer m par sa valeur dans la formule générale $f(x) = m\,x + h$; ensuite, on remplace x par la valeur du zéro et résout l'équation $m\,x + h = 0$.

Exemple
Déterminons l'expression algébrique de la fonction affine de pente 2 dont le zéro est 17.

$$f(x) = m\,x + h = 2\,x + h$$
$$\text{Or } 2\,x + h = 0 \text{ quand } x = 17 \Leftrightarrow 2 \cdot 17 + h = 0 \Leftrightarrow h = -34.$$
$$\text{Donc } f(x) = 2\,x + (-34), \text{ c'est-à-dire } f(x) = 2\,x - 34.$$

3.2.3 À partir de la pente et d'un point

Si on dispose de la pente m et d'un point appartenant au graphe de f, il faut tout d'abord remplacer m par sa valeur dans la formule générale $f(x) = m\,x + h$; ensuite, on remplace x par la valeur de la première coordonnée du point et y par la valeur de la deuxième coordonnée du point ; puis on résout l'équation $m\,x + h = y$.

Exemple
Déterminons l'expression algébrique de la fonction affine de pente -3 dont le graphe passe par le point $\left(\frac{2}{3}; 7\right)$.

$$f(x) = m\,x + h = -3\,x + h$$
$$\text{Or } -3\,x + h = y \text{ quand } x = \frac{2}{3} \text{ et } y = 7 \Leftrightarrow -3 \cdot \frac{2}{3} + h = 7 \Leftrightarrow -2 + h = 7 \Leftrightarrow h = 9.$$
$$\text{Donc } f(x) = -3\,x + 9.$$

3.2.4 À partir de l'ordonnée à l'origine et d'un point

Si on dispose de l'ordonnée à l'origine h et d'un point appartenant au graphe de f, il faut tout d'abord remplacer h par sa valeur dans la formule générale $f(x) = m\,x + h$; ensuite, on remplace x par la valeur de la première coordonnée du point et y par la valeur de la deuxième coordonnée du point ; puis on résout l'équation $m\,x + h = y$.

Exemple
Déterminons l'expression algébrique de la fonction affine d'ordonnée à l'origine -3 dont le graphe passe par le point $\left(\dfrac{2}{3}; 7\right)$.

$$f(x) = m\,x + h = m\,x - 3$$

$$\text{Or } m\,x - 3 = y \text{ quand } x = \frac{2}{3} \text{ et } y = 7 \Leftrightarrow m \cdot \frac{2}{3} - 3 = 7 \Leftrightarrow \frac{2\,m}{3} - 3 = 7$$

$$\Leftrightarrow 2\,m - 9 = 21 \Leftrightarrow 2\,m = 30 \Leftrightarrow m = 15.$$

$$\text{Donc } f(x) = 15\,x - 3.$$

3.2.5 À partir de l'intersection avec l'axe des x et d'un point

Si on dispose du zéro de f et d'un point appartenant au graphe de f, il faut résoudre un système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} x_0 \text{ est le zéro de } f \\ \text{le point } P(x_p; y_p) \text{ appartient au graphe de } f \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\,x_0 + h = 0 \\ m\,x_p + h = y_p \end{cases}$$

Exemple
Déterminons l'expression algébrique de la fonction affine dont le zéro est -3 et dont le graphe passe par le point $\left(\dfrac{2}{3}; 7\right)$.

$$\begin{cases} m\,(-3) + h = 0 \\ m\,\frac{2}{3} + h = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 3\,m \\ m\,\frac{2}{3} + 3\,m = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 3\,m \\ 11\,m = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{63}{11} \\ m = \frac{21}{11} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \tfrac{21}{11}\,x + \tfrac{63}{11}$$

3.2.6 À partir de deux points

Il y a plusieurs méthodes pour déterminer l'expression algébrique d'une fonction algébrique dont le graphe passe par deux points donnés.
On peut, par exemple, résoudre le système :

$$\begin{cases} \text{le point } A(x_a; y_a) \text{ appartient au graphe de } f \\ \text{le point } B(x_b; y_b) \text{ appartient au graphe de } f \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\,x_a + h = y_a \\ m\,x_b + h = y_b \end{cases}$$

Ou alors, on peut d'abord calculer la pente m et revenir ainsi à la situation (qu'on sait résoudre) où on dispose de la pente et d'un point. Pour calculer la pente, on utilise sa définition

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$

Exemple
Déterminons l'expression algébrique de la fonction affine dont le graphe passe par les points $A(3;4)$ et $B(9;16)$.

Méthode du système :

$$\begin{cases} \text{le point } A \text{ appartient au graphe de } f \\ \text{le point } B \text{ appartient au graphe de } f \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot 3 + h = 4 \\ m \cdot 9 + h = 16 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} h = 4 - 3\,m \\ 9\,m + (4 - 3\,m) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 4 - 3\,m \\ 6\,m = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = -2 \\ m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = 2\,x - 2$$

Méthode par le calcul de la pente :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{16 - 4}{9 - 3} = \frac{12}{6} = 2$$

Le problème revient alors à déterminer l'expression algébrique de la fonction affine de pente 2 dont le graphe passe par le point $A\,(3;4)$ (ou $B\,(9;16)$, on peut choisir).

$$f(x) = m\,x + h = \quad \cdot x \; + \; h$$

Or $\quad \cdot x + h = y$ quand $x = \quad$ et $y = \quad \Leftrightarrow \quad \cdot \quad + h = \quad \Leftrightarrow \quad + h = \quad \Leftrightarrow h =$

Donc $f(x) =$

3.3 Modélisation

Les fonctions affines permettent de modéliser de nombreuses situations.

3.3.1 Mouvements rectilignes uniformes

Définition
On appelle **mouvement rectiligne uniforme** un mouvement qui a lieu en ligne droite et à vitesse constante.

Exemple
Deux cyclistes partent simultanément de deux endroits distants de 300 km et se dirigent l'un vers l'autre. Le premier roule à 22 km/h et le deuxième à 26 km/h. Dans combien de temps les deux cyclistes vont-ils se rencontrer ?

Chacun des deux cyclistes est en MRU. C'est un modèle imparfait, puisqu'on ne tient compte ni des éventuels arrêts des deux cyclistes ni des conditions de circulation.

La distance du premier cycliste par rapport à son point de départ peut être décrite par la fonction affine $d_1(t) = 22\,t$, avec t le temps en heure. La distance du second cycliste par rapport au point de départ du **premier** cycliste est, quant à elle, décrite par $d_2(t) = 300 - 26\,t$, avec la même variable t, qui tient ici le rôle que x jouait jusqu'à présent.

Les deux cyclistes se rencontreront au temps t lorsque $d_1(t) = d_2(t)$, c'est-à-dire lorsque

$$22\,t = 300 - 26\,t \Leftrightarrow 48\,t = 300 \Leftrightarrow t = \frac{300}{48} \Leftrightarrow t = \frac{25}{4} \Leftrightarrow t = 6,25 \quad \text{soit après 6 h15.}$$

Exemple
Un groupe de cyclistes part en excursion et se déplace à une vitesse de 30 km/h. Une heure et quarante-cinq minutes plus tard, la camionnette transportant le ravitaillement part à leur poursuite. Si sa vitesse est de 50 km/h, combien de temps lui faudra-t-il pour rejoindre le groupe ? Quelle sera alors la distance parcourue ?

Le groupe de cyclistes ainsi que la camionnette sont en MRU.

La distance du groupe de cyclistes par rapport à leur point de départ peut être décrite par la fonction affine $d_1(t) = \qquad \cdot t$, avec t le temps en heure. La distance de la camionnette par rapport au point de départ est, quant à elle, décrite par $d_2(t) = 50 \cdot (t - 1,75)$, avec la même variable t.
La camionnette rattrapera le groupe de cyclistes au temps t lorsque $d_1(t) = d_2(t)$, c'est-à-dire lorsque

$$\quad \cdot t = 50 \cdot (t - 1,75) \Leftrightarrow \qquad \cdot t = 50 \cdot (-1,75) \Leftrightarrow t = \frac{\qquad}{\qquad} \Leftrightarrow t = \qquad \quad \text{soit après} \quad \text{h}$$

La distance parcourue sera de $d_1(\quad , \quad) = \qquad \cdot \qquad = \qquad$ km.

3.3.2 Mélanges

On peut modéliser à l'aide d'une fonction affine les situations où on remplace une partie d'un mélange de deux composants par un des deux composants pur.

Exemple
Un radiateur d'une capacité de 50 litres est rempli d'un mélange contenant 22% d'antigel. Quelle quantité de ce mélange doit être remplacée par de l'antigel pur pour obtenir une concentration de 40% d'antigel ?

La concentration d'antigel dans le mélange final (en %) [1] est donnée par la fonction

$$c(x) = \frac{(50-x)\cdot 0,22 + x\cdot 1}{50}$$

où x est la quantité de mélange remplacée par de l'antigel pur.
C'est une fonction affine car $c(x) = \dfrac{(50-x)\cdot 0,22 + x\cdot 1}{50} \Leftrightarrow c(x) = \dfrac{(1-0,22)}{50}\cdot x + 0,22$ c'est-à-dire $c(x) = \dfrac{0,78}{50}\cdot x + 0,22$.

Pour déterminer quelle part du mélange initial remplacer par de l'antigel pur pour obtenir un mélange final avec une concentration de 40% d'antigel, on cherche la valeur de x telle que $c(x) = 0,4$. On doit donc résoudre l'équation

$$0,4 = \frac{0,78}{50}\cdot x + 0,22 \Leftrightarrow 0,18 = \frac{0,78}{50}\cdot x \Leftrightarrow x =$$

1. voir le paragraphe 2.3.1

Exercices

Exercice 3.1
Soit la fonction $f(x) = 3\,x + 4$. Calculer

a) $f(1)$ b) $f(2)$ c) $f(\frac{1}{3})$

Exercice 3.2
Soit la fonction $f(x) = 2\,x - 1$. Calculer

a) l'image de 2 par f b) l'image de $\frac{1}{2}$ par f c) l'image de 0 par f

Exercice 3.3
Soit la fonction $f(x) = -\,x + 7$. Déterminer

a) x pour que $f(x) = 5$ b) x pour que $f(x) = 9$ c) x pour que $f(x) = 0$

Exercice 3.4
Dresser un tableau des valeurs puis esquisser le graphe des fonctions affines suivantes

a) $f(x) = 3\,x - 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}\,x + 2$ c) $f(x) = -\,x + \frac{1}{2}$

Exercice 3.5
Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine puis esquisser le graphe des fonctions affines suivantes

a) $f(x) = x + 3$
b) $f(x) = -\frac{1}{2}\,x + 4$
c) $f(x) = 2\,x$
d) $f(x) = -2$

Exercice 3.6
Esquisser le graphe des fonctions affines dont on donne la pente et l'ordonnée à l'origine :

a) $m = 1$ et $h = 2$ b) $m = -1$ et $h = 0$ c) $m = 0$ et $h = 3$

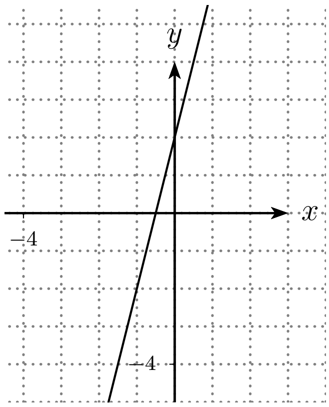
Exercice 3.7
Déterminer l'ordonnée à l'origine et l'intersection avec l'axe des abscisses puis esquisser le graphe des fonctions affines suivantes

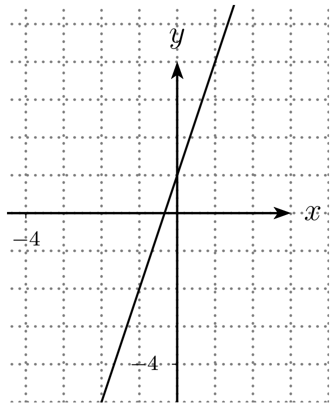
a) $f(x) = 5\,x + 4$ b) $f(x) = -2\,x + 3$ c) $f(x) = \frac{1}{2}\,x - 1$

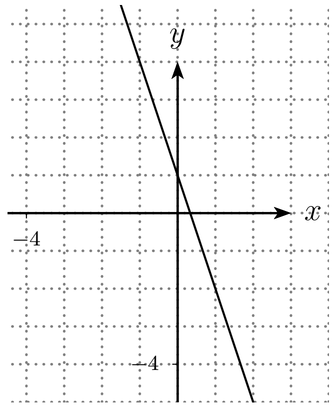
Exercice 3.8

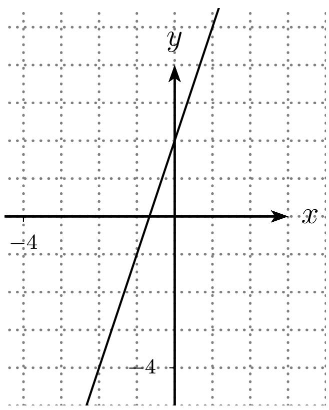
Associer à chaque expression algébrique le graphe correspondant :

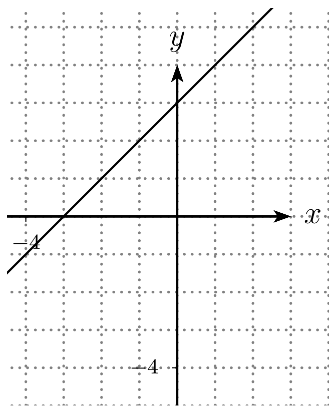
a) $f(x) = -3\,x + 1$
b) $f(x) = 4\,x + 2$
c) $f(x) = 3\,x + 1$
d) $f(x) = -3\,x - 1$
e) $f(x) = 3\,x + 2$
f) $f(x) = x + 3$

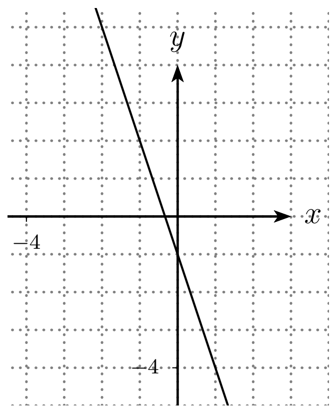
1) 

3) 

5) 

2) 

4) 

6) 

Exercice 3.9

Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine $f(x)$ telle que :

a) elle ait une pente de 2 et une ordonnée à l'origine de 5.
b) $m = \frac{1}{2}$ et $h = -3$.
c) elle ait une pente de 6 et coupe l'axe des abscisses en $x = -2$.
d) elle ait une pente de -5 et passe par le point $(3; 0)$.
e) elle ait une pente de -5 et passe par le point $(0; 3)$.
f) $m = -1$ et elle passe par le point $(2; 9)$.
g) $h = -1$ et elle passe par le point $(2; 9)$.
h) elle passe par les points $(1; 2)$ et $(3; 4)$.
i) $f(1) = 5$ et $f(2) = 7$.
j) elle coupe l'axe des x en $x = 1$ et passe par le point $(-3; 2)$.
k) elle coupe l'axe des y en $y = 1$ et passe par le point $(-3; 2)$.

Exercice 3.10

On donne une liste de caractéristiques

- si c'est possible, déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine $f(x)$ qui respecte chaque caractéristique,
- si c'est impossible, expliquer pourquoi.

a) la fonction a une pente de 2 et une ordonnée à l'origine de 0.

b) la fonction a une pente de 0 et une ordonnée à l'origine de 2.

c) la fonction est verticale et coupe l'axe des x en 7.

d) la fonction est horizontale et coupe l'axe de y en 3.

e) la fonction a une pente de 5, coupe l'axe des abscisses en $x = -2$ et passe par le point $(-1; 6)$.

f) la fonction passe par les points $(1; -1)$, $(3; 5)$ et $(-1; -7)$.

Exercice 3.11

Deux autobus quittent les terminus opposés d'une ligne de 372 km au même moment. Si les vitesses des autobus sont de 70 km/h et de 85 km/h, combien de temps après le départ se rencontreront-ils ?

Exercice 3.12

Un cycliste fait un parcours de 112 km en 6 heures. Durant une partie de ce trajet, le cycliste roulait à 20 km/h, et durant l'autre partie, il a roulé à 16 km/h. Trouver la partie réalisée à chacune de ces vitesses.

Exercice 3.13

Un père défie son fils au 100 m et lui laisse 30 mètres d'avance. Le père court à une vitesse de 7 m/s, alors que le fils court à une vitesse de 4,5 m/s.

a) Qui a gagné ? avec combien de secondes d'avance ?

b) Quelle distance les sépare lorsque le vainqueur franchit la ligne d'arrivée ?

c) Le père et le fils ont-ils été côte à côte ? Si oui, quelle distance avait parcourue le père ?

Exercice 3.14

Le lièvre et la tortue.

On connaît tous cette fable de la Fontaine. Il y a d'abord le pari. Puis la tortue *part*, *s'évertue* et *se hâte avec lenteur* avec ses maigres 0,25 km/h. Le lièvre *broute*, *se repose*, *s'amuse* et à la fin seulement *part comme un trait* avec ses 70 km/h. Sachant que la distance à parcourir est 1 km :

a) Combien de temps met la tortue à parcourir le kilomètre de la course ?

b) Combien de temps met le lièvre à parcourir le kilomètre de la course ?

c) Sachant que le lièvre arrive 1 seconde après la tortue, combien de temps a-t-il attendu avant de partir ?

d) Où était la tortue au moment où le lièvre est parti ?

Exercice 3.15

Un système de refroidissement de 40 litres est rempli d'un liquide contenant 25% d'antigel. Quelle quantité de ce liquide doit-on retirer et remplacer par de l'antigel pur pour obtenir une concentration de 45% d'antigel ?

Exercice 3.16

Un infirmier aimerait obtenir une solution alcoolisée à 50% à partir de deux solutions alcoolisées, l'une à 70% et l'autre à 40%. Quelle proportion de la première doit-on utiliser pour obtenir ce mélange ?

Exercice 3.17

Un laitier achète 100 litres de lait. Pour vérifier la quantité achetée, il pèse le lait et obtient 102,7 kg. Déterminer la quantité d'eau qui a été ajoutée au lait, sachant qu'un litre de lait pur pèse 1 030 grammes.

Exercice 3.18

On a constaté qu'un technicien peut effectuer une tâche en 4 heures alors que son assistant peut la réaliser en 6 heures. Déterminer le temps nécessaire pour effectuer ce travail s'ils travaillent ensemble.

Exercice 3.19

Un garçon tond le gazon en 90 minutes, mais sa soeur peut le faire en 60 minutes. Combien leur faudra-t-il de temps s'ils travaillent ensemble avec deux tondeuses ?

Exercice 3.20

Deux conduites indépendantes permettent de remplir un réservoir, l'une en 8 heures et l'autre en 6 heures. Déterminer le temps nécessaire pour remplir le réservoir si les robinets des deux conduites sont ouverts.

Pour aller plus loin

Exercice 3.21

Si un bateau – qui navigue à une vitesse v – augmentait sa vitesse de 5 km/h, il mettrait 2 heures de moins pour effectuer un trajet de 300 km. Quelle est sa vitesse ?

Exercice 3.22

Cunégonde habite à 15 km de son lieu de travail. Un matin, elle prend sa voiture pour s'y rendre. Elle est pressée et dépasse la limite de vitesse en roulant à 15 km/h au-dessus de la limite autorisée. Elle roule ainsi 10 minutes de moins que si elle avait respecté la limite.

a) Quelle est la limite de vitesse sur la route empruntée par Cunégonde ?

b) Combien de temps Cunégonde met-elle à atteindre son travail cette fois-ci ?

c) A peine a-t-elle parqué son véhicule, qu'une policière munie d'un radar l'interpelle, l'amende et lui retire son permis. Le soir, Cunégonde rentre donc d'un bon pas en marchant à une vitesse de 5 km/h tout au long du trajet. Combien de temps marche-t-elle sur le trajet du retour ?

Exercice 3.23

La baignoire de Pierre peut contenir 140 litres. Le débit du robinet d'eau chaude est de 15 litres par minute. Lorsque Pierre ouvre les deux robinets – celui d'eau froide et celui d'eau chaude – la baignoire est pleine 3 minutes plus vite que s'il n'avait remplit la baignoire qu'avec de l'eau froide. Calculer le débit du robinet d'eau froide et le temps de remplissage dans chacun des deux cas.

Solutions

Solution 3.1

a) $f(1) = 7$ b) $f(2) = 10$ c) $f(\frac{1}{3}) = 5$

Solution 3.2

a) $f(2) = 3$ b) $f(\frac{1}{2}) = 0$ c) $f(0) = -1$

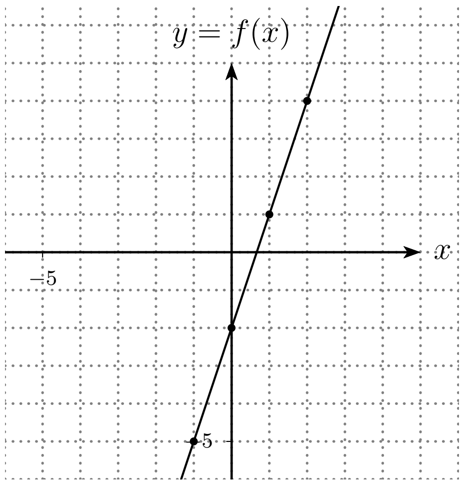
Solution 3.3

a) $x = 2$ b) $x = -2$ c) $x = 7$

Solution 3.4

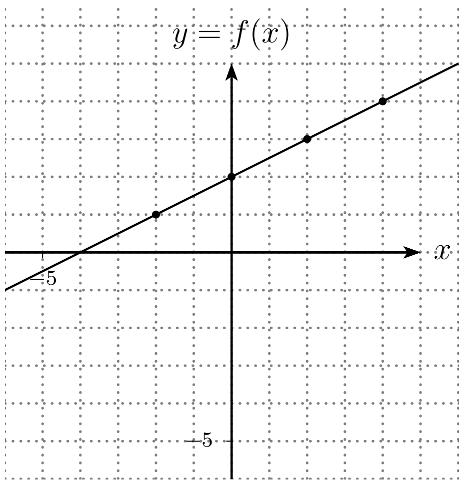
a)

x	-1	0	1	2
$f(x) = 3\,x - 2$	-5	-2	1	4



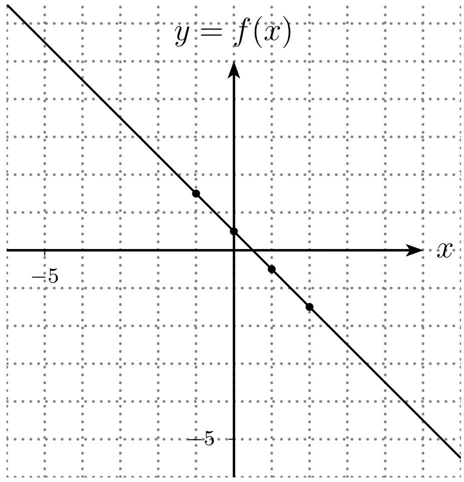
b)

x	-2	0	2	4
$f(x) = \frac{1}{2}\,x + 2$	1	2	3	4



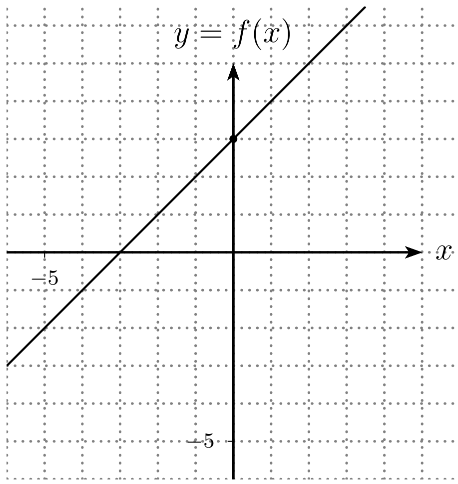
c)

x	-1	0	1	2
$f(x) = -x + \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$

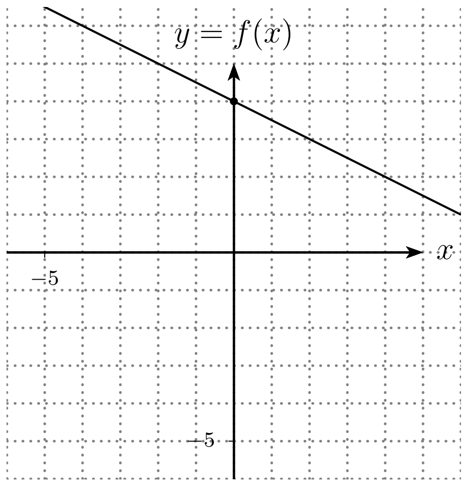


Solution 3.5

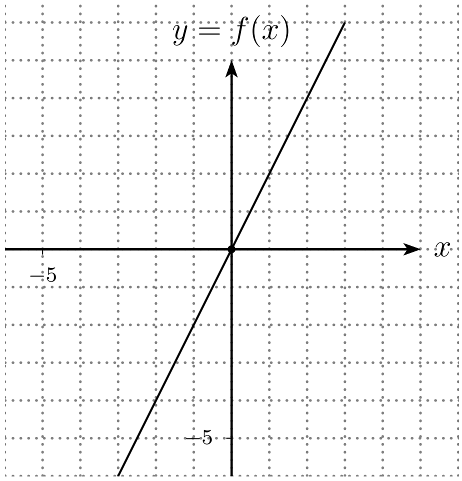
a) $f(x) = x + 3$
pente : $m = 1$
ordonnée à l'origine : $h = 3$.



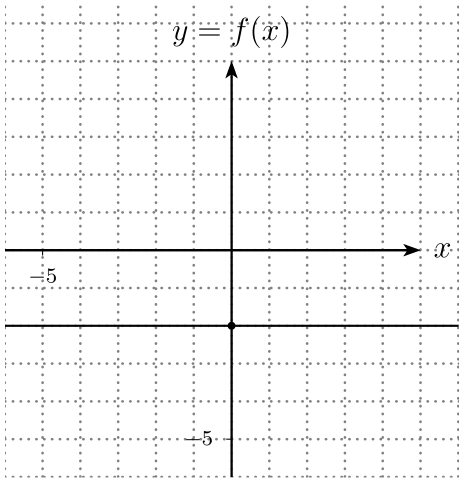
b) $f(x) = -\frac{1}{2}\,x + 4$
pente : $m = -\frac{1}{2}$
ordonnée à l'origine : $h = 4$.



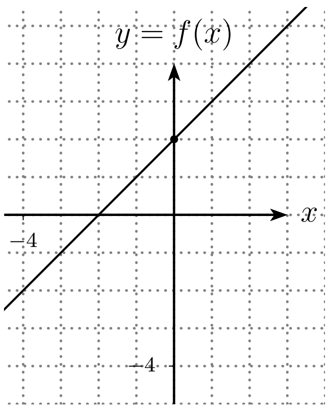
c) $f(x) = 2\,x$
pente : $m = 2$
ordonnée à l'origine : $h = 0$.

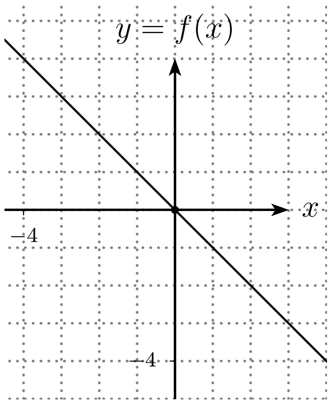


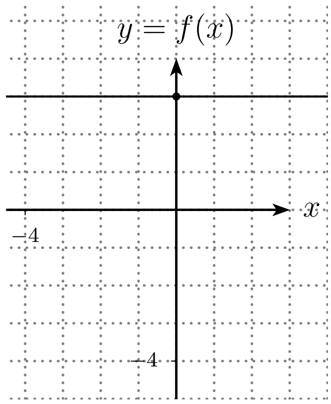
d) $f(x) = -2$
pente : $m = 0$
ordonnée à l'origine : $h = -2$.



Solution 3.6

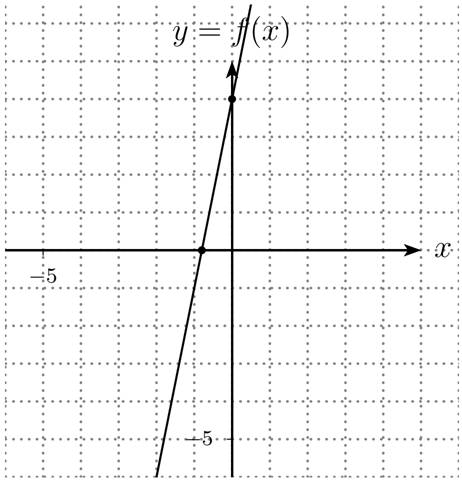
a) 

b) 

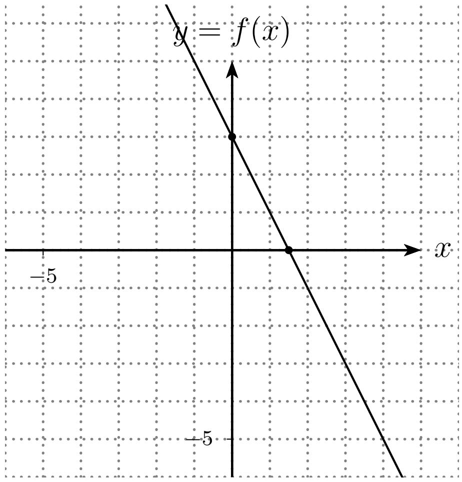
c) 

Solution 3.7

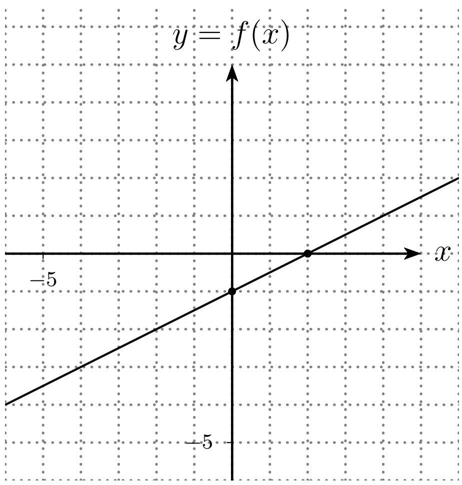
a) $f(x) = 5\,x + 4$
ordonnée à l'origine : $h = 4$
intersection avec l'axe des abscisses : $x = -\frac{4}{5}$



b) $f(x) = -2\,x + 3$
ordonnée à l'origine : $h = 3$
intersection avec l'axe des abscisses : $x = \frac{3}{2}$



c) $f(x) = \frac{1}{2}\,x - 1$
ordonnée à l'origine : $h = -1$
intersection avec l'axe des abscisses : $x = 2$



Solution 3.8

a↔5, b↔1, c↔3, d↔6, e↔2 et f↔4.

Solution 3.9

a) $f(x) = 2\,x + 5$
b) $f(x) = \frac{1}{2}\,x - 3$
c) $f(x) = 6\,x + 12$
d) $f(x) = -5\,x + 15$
e) $f(x) = -5\,x + 3$
f) $f(x) = -x + 11$
g) $f(x) = 5\,x - 1$
h) $f(x) = x + 1$
i) $f(x) = 2\,x + 3$
j) $f(x) = -\frac{1}{2}\,x + \frac{1}{2}$
k) $f(x) = -\frac{1}{3}\,x + 1$

Solution 3.10

a) $f(x) = 2\,x$
b) $f(x) = 2$
c) C'est impossible, car la pente d'une droite verticale n'est pas définie.
d) $f(x) = 3$
e) C'est impossible, car les deux premières caractéristiques imposent que

$$f(x) = 5\,x + 10$$

mais le point donné n'appartient pas au graphe de cette fonction ($f(-1) = 5$).
f) $f(x) = 3x - 4$

Solution 3.11
Les deux bus se rencontreront 2 heures et 24 minutes après le départ.

Solution 3.12
Le cycliste a parcouru 80 km à 20 km/h et 32 km à 16 km/h.

Solution 3.13

a) Le père a gagné avec 1,27 seconde d'avance.
b) 5,71 mètres les séparent.
c) Oui, tous deux avaient parcouru 84 mètres.

Solution 3.14

a) La tortue prend 4 heures.
b) Le lièvre met environ 51,43 secondes.
c) Il a attendu environ 3 heures 59 minutes et 9,57 secondes.
d) Elle était à environ 3,50 mètres de l'arrivée.

Solution 3.15
Il faut retirer 10,67 litres de liquide.

Solution 3.16
Il faut un mélange d'un tiers de la première solution et deux tiers de la seconde.

Solution 3.17
Le lait acheté contient 90 litres de lait pur et 10 litres d'eau.

Solution 3.18
Il leur faudra 2,4 h, c'est-à-dire 2 heures et 24 minutes.

Solution 3.19
Il leur faudra 36 minutes.

Solution 3.20
Il faudra environ 3 heures 25 minutes 43 secondes.

Solution 3.21
$v = 25$ km/h.

Solution 3.22

a) La vitesse est limitée à 30 km/h.
b) Elle a mis 20 minutes.
c) Elle marche durant 3 heures.

Solution 3.23
Le débit d'eau froide est de 20 litres par minute. Le temps de remplissage avec uniquement de l'eau froide est de 7 minutes.