6 Manipulation de formules

Une formule mathématique donne un lien entre différentes quantités exprimées avec des lettres. On peut effectuer sur les équations exprimées avec des lettres les mêmes opérations que sur les équations exprimées avec des nombres.

Exemple
$E = m \cdot c^2$. En divisant par c^2 l'équation, on trouve m :

$$m = \frac{\qquad}{\qquad}$$

On peut aussi isoler le c^2 et en déduire c :

$$c^2 = \frac{\qquad}{\qquad} \Leftrightarrow c =$$

On procède comme si la lettre à exprimer était le x de l'équation et les autres lettres étaient des nombres. Pour isoler la variable désirée, il faut parfois recourir à des étapes, comme pour le carré ci-dessus ou lorsque la grandeur qui nous intéresse est au dénominateur.

Exemple
$\frac{1}{p_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p_1}$. Pour exprimer f, on isole d'abord $\frac{1}{f}$ puis on en déduit f :

$$\frac{1}{f} = \qquad\qquad \Leftrightarrow f = \frac{1}{\qquad\qquad} =\Leftrightarrow f = \frac{1}{\qquad} \Leftrightarrow f = \frac{\qquad}{\qquad}$$

Exercices

Exercice 6.1

Dans les formules de physique suivantes (cinématique), exprimer les variables proposées en fonction des autres :

a) $v = \dfrac{d}{t} \quad \Rightarrow \quad d = \ldots\ldots \qquad t = \ldots\ldots$

b) $v = a \cdot t + v_0 \quad \Rightarrow \quad a = \ldots\ldots \qquad t = \ldots\ldots$

c) $x = v \cdot t + x_0 \quad \Rightarrow \quad v = \ldots\ldots \qquad t = \ldots\ldots$

d) $x = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v \cdot t + x_0 \quad \Rightarrow \quad a = \ldots\ldots \qquad t = \ldots\ldots$

e) $v = \omega \cdot t \quad \Rightarrow \quad \omega = \ldots\ldots \qquad t = \ldots\ldots$

Exercice 6.2

Dans les formules de géométrie suivantes, exprimer les variables proposées en fonction des autres :

a) $S = \dfrac{b \cdot h}{2} \quad \Rightarrow \quad b = \ldots\ldots \qquad h = \ldots\ldots$

b) $S = \dfrac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2} \quad \Rightarrow \quad h = \ldots\ldots \qquad b_1 = \ldots\ldots$

c) $S = \pi r^2 \quad \Rightarrow \quad r = \ldots\ldots$

d) $V = \pi r^2 \cdot h \quad \Rightarrow \quad r = \ldots\ldots \qquad h = \ldots\ldots$

e) $V = \dfrac{4}{3} \pi r^3 \quad \Rightarrow \quad r = \ldots\ldots$

Exercice 6.3

Dans les formules de calcul financier suivantes, exprimer les variables proposées en fonction des autres :

a) $I = C_0 \cdot t \cdot n \quad \Rightarrow \quad C_0 = \ldots\ldots \qquad n = \ldots\ldots$

b) $C = C_0 \cdot (1 + t \cdot n) \quad \Rightarrow \quad C_0 = \ldots\ldots \qquad t = \ldots\ldots$

c) $C = C_0 \cdot (1 + t)^n \quad \Rightarrow \quad C_0 = \ldots\ldots \qquad t = \ldots\ldots$

Exercice 6.4

Dans les formules de physique suivantes (électricité), exprimer les variables proposées en fonction des autres :

a) $F = \dfrac{1}{k} \cdot \dfrac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \Rightarrow \quad q_1 = \ldots\ldots \qquad r = \ldots\ldots$

b) $P = R \cdot i^2 \quad \Rightarrow \quad R = \ldots\ldots \qquad i = \ldots\ldots$

c) $U = R \cdot i \quad \Rightarrow \quad R = \ldots\ldots \qquad i = \ldots\ldots$

d) $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R = \ldots\ldots$

Solutions

Solution 6.1

a) $d = v \cdot t \qquad t = \dfrac{d}{v}$

b) $a = \dfrac{v - v_0}{t} \qquad t = \dfrac{v - v_0}{a}$

c) $v = \dfrac{x - x_0}{t} \qquad t = \dfrac{x - x_0}{v}$

d) $a = \dfrac{2\,(x - x_0 - v \cdot t)}{t^2} \qquad t = \dfrac{-v \pm \sqrt{v^2 - 2\,a \cdot (x_0 - x)}}{a}$

e) $\omega = \dfrac{v}{t} \qquad t = \dfrac{v}{\omega}$

Solution 6.2

a) $b = \dfrac{2\,S}{h} \qquad h = \dfrac{2\,S}{b}$

b) $h = \dfrac{2\,S}{b_1 + b_2} \qquad b_1 = \dfrac{2\,S}{h} - b_2$

c) $r = \sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$

d) $r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi\,h}} \qquad h = \dfrac{V}{\pi\,r^2}$

e) $r = \sqrt[3]{\dfrac{3\,V}{4\,\pi}}$

Solution 6.3

a) $C_0 = \dfrac{I}{t \cdot n} \qquad n = \dfrac{I}{C_0 \cdot t}$

b) $C_0 = \dfrac{C}{1 + t \cdot n} \qquad t = \dfrac{\frac{C}{C_0} - 1}{n}$

c) $C_0 = \dfrac{C}{(1 + t)^n} \qquad t = \sqrt[n]{\dfrac{C}{C_0}} - 1$

Solution 6.4

a) $q_1 = \dfrac{k \cdot F \cdot r^2}{q_2} \qquad r = \sqrt{\dfrac{1}{k} \cdot \dfrac{q_1 \cdot q_2}{F}}$

b) $R = \dfrac{P}{i^2} \qquad i = \sqrt{\dfrac{P}{R}}$

c) $R = \dfrac{U}{i} \qquad i = \dfrac{U}{R}$

d) $R = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$