7 Trigonométrie

7.1 Comment se repérer sur la terre ?

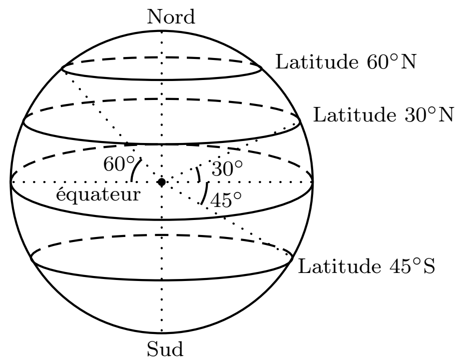
Définition
Le **degré**, unité de mesure d'angle, représente le $\frac{1}{360}$ d'un tour complet.

Pour pouvoir localiser un point sur la terre, on utilise les repères géographiques suivants :

Définition

La **latitude** est une valeur angulaire, expression du positionnement nord ou sud d'un point sur Terre.

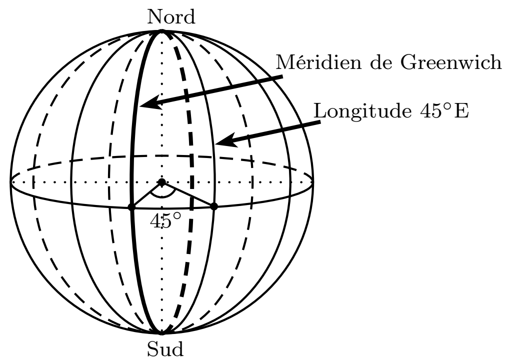
D'un point de vue mathématique, la latitude d'un point est l'angle au centre que forme la verticale en ce point avec le plan de l'Équateur.



Un **méridien** est un grand cercle imaginaire tracé sur le globe terrestre et passant par les pôles.

La **longitude** est une valeur angulaire, expression du positionnement est ou ouest d'un point sur Terre. Tous le points de même longitude appartiennent au même méridien.

À la différence de la latitude qui bénéficie de l'équateur et des pôles comme référence, aucune référence naturelle n'existe pour la longitude. La longitude est donc une mesure angulaire par rapport au méridien de Greenwich (l'observatoire royal de Londres), le méridien de référence, avec une valeur de 180° Est à 180° Ouest.



Pour définir un point précis sur Terre, il faut une mesure précise des angles, raison pour laquelle on utilise des sous-unités du degré. Comme cette unité de mesure a été inventée par les Babyloniens, les sous-unités sont basées sur la numération babylonienne, en base 60.

Un degré est subdivisé en 60 **minutes d'arc** (symbole $'$), elles-mêmes divisées en 60 **secondes d'arc** (symbole $''$) :

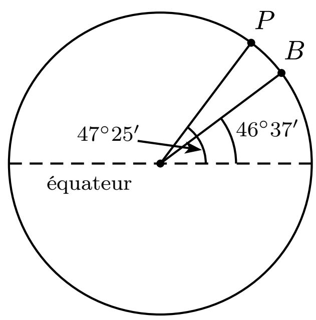
$$1' = \frac{1^\circ}{60} \cong 0,0166^\circ \quad \text{et} \quad 1'' = \frac{1^\circ}{3600} \cong 0,000277^\circ$$

Exemples

a) Bulle et Porrentruy se trouvent sur le même méridien terrestre. Leurs latitudes respectives sont $46°37'$N et $47°25'$N.

Calculer la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes.

Pour comprendre la situation, il faut représenter le méridien qui passe par ces deux villes.



L'angle entre Bulle et Porrentruy (sur le méridien) vaut $1°12' \cong 1,2°$.

Comme le rayon de la Terre vaut 6370 km, la longueur du méridien est de $2\pi \cdot 6370 = 42'285,8$ km et correspond à un angle de $360°$.

Par une règle de trois, on en déduit que la distance entre Bulle et Porrentruy, à vol d'oiseau, vaut $\dfrac{42'485,8 \cdot 1,2}{360} \cong 141,62$ km.

b) On appelle **mille marin** la distance entre deux points d'un méridien terrestre dont la différence de latitude est de $1'$. Sachant que le rayon de la terre est de 6370 km, calculer la mesure en mètre d'un mille marin.

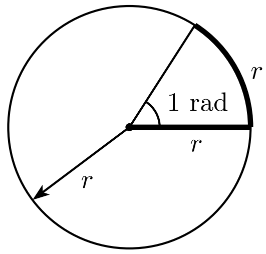
7.2 Le radian

Comme nous l'avons vu, la mesure d'un angle en degré représente $\frac{1}{360}$ d'un tour complet.

Il existe une autre unité de mesure des angles, qui permet, entre autres, de calculer facilement la longueur d'un arc de cercle ou l'aire d'un secteur circulaire :

Définition

L'angle au centre qui intercepte un arc de cercle de longueur égale au rayon mesure 1 **radian**.



Comme le périmètre d'un cercle de rayon r mesure $2\pi r$, l'angle au centre correspondant au cercle complet mesure 2π radians. Donc 2π correspond à un angle de $360°$.

Le tableau suivant illustre la correspondance entre la mesure d'un angle en degré et celle en radian :

Mesure en degrés	$360°$	$180°$	$90°$	$60°$	$1°$	$d\,°$	$\frac{360}{2\pi} \cdot r°$
Mesure en radians	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{360}$	$\frac{2\pi}{360} \cdot d$	r

Exemples

a) Convertir les angles $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$, $\beta = \dfrac{3\pi}{2}$ et $\gamma = \dfrac{\pi}{6}$ de radians en degrés.

Comme un angle de mesure π radians correspond à $180°$, un angle de $\dfrac{\pi}{4}$ radians correspond à $\dfrac{180°}{4} = 45°$ par une règle de trois.

On peut également utiliser la formule du tableau ci-dessus : un angle de $\dfrac{\pi}{4}$ radians correspond à un angle de $\dfrac{360}{2\pi} \cdot \dfrac{\pi}{4} = 45°$.

De même un angle de $\dfrac{3\pi}{2}$ radians équivaut à un angle de $\dfrac{3\cdot\qquad}{2} = \qquad°$.

Finalement, un angle de $\dfrac{\pi}{6}$ radians correspond à un angle de $\underline{\qquad} = \qquad°$.

b) Convertir les angles $\alpha = 30°$, $\beta = 315°$ et $\gamma = 25°$ de degrés en radians.

Comme un angle de mesure $180°$ correspond à un angle de π radians, un angle de $30°$ correspond à un angle de $\dfrac{\pi}{6}$ radians par une règle de trois.

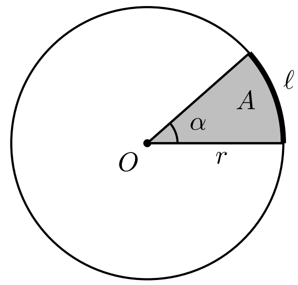
On peut également la formule du tableau ci-dessus : un angle de $30°$ correspond à un angle de $\dfrac{2\pi}{360} \cdot 30 = \dfrac{\pi}{6}$ radians.

De même,

7.2.1 Longueur d'un arc de cercle et aire d'un secteur circulaire

Considérons Γ un cercle de rayon r et de centre O, ainsi qu'un angle au centre α, qui intersecte Γ selon un arc de cercle de longueur ℓ.

Appelons A l'aire du secteur circulaire correspondant à l'angle α.



Si **l'angle α est exprimé en radian**, alors

$$\ell = r \cdot \alpha \quad \text{et} \quad A = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2}$$

Exemples

a) Un marchand vend des tranches de pizza de deux types. La petite tranche est $\frac{1}{6}$ d'une pizza de 46 cm de diamètre et la grande tranche est $\frac{1}{8}$ d'une pizza de 66 cm de diamètre. Si la petite tranche est vendue 3 francs et la grande 4.50 francs, laquelle des deux tranches est-elle la plus avantageuse ?

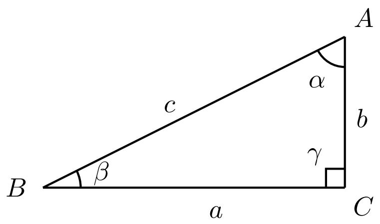
Il faut commencer par déterminer l'aire de ces deux tranches.
L'aire de la petite tranche vaut $A_1 = \dfrac{46^2 \cdot \frac{\pi}{3}}{2} \cong 1107.9$ cm^2 car elle correspond à un ange de $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.
L'aire de la grande vaut $A_2 = \dfrac{66^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{2} \cong 1710.6$ cm^2 car elle correspond à un angle de $\frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$.
Pour les comparer, regardons dans les deux cas, quelle quantité de pizza on obtient avec 1 franc. Pour la petite tranche, 1 franc correspond à $\dfrac{A_1}{3} \cong 369.3$ cm^2 et pour la grande tranche, 1 franc correspond à $\dfrac{A_2}{4.5} \cong 380.1$ cm^2 de pizza.
C'est donc la grande tranche la plus avantageuse.

b) Deux points situés sur le même méridien terrestre ont des latitudes qui diffèrent de 1.5°. Quelle est la distance entre ces deux points, sachant que le rayon de la terre vaut 6370 km ?

7.3 Trigonométrie du triangle rectangle

Définition
Un **triangle rectangle** est un triangle qui possède un angle droit, c'est-à-dire un angle dont la mesure est 90°.

Dans cette section, nous utiliserons les notations suivantes :



avec l'angle droit en C : $\gamma = 90°$.
Ce triangle est dit **rectangle en** C.
Le côté c est appelé l'**hypothénuse**.

Propriétés

a) La somme des angles d'un triangle vaut 180°. Donc si le triangle ABC est rectangle en C, on a
$$\alpha + \beta = 90°$$

b) Le théorème de Pythagore affirme que le triangle ABC est rectangle en C si et seulement si
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Exemples

a) Soit ABC un triangle rectangle en C, avec $\alpha = 30°$, $a = 8$ et $c = 10$. Résoudre ce triangle - ce qui signifie déterminer la mesure de tous les autres angles et côtés de ce triangle.

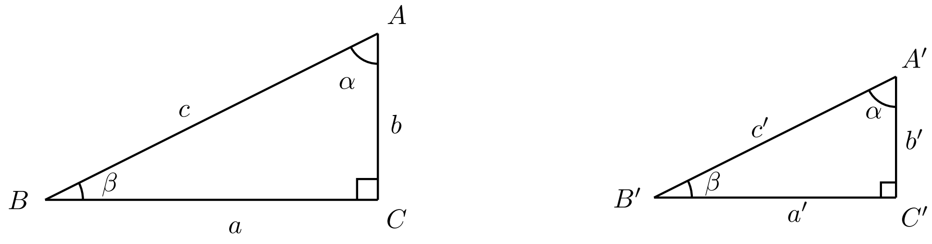
Comme $\alpha + \beta = 90°$, nous avons $\beta = 90° - 30° = 60°$.

Par le théorème de Pythagore, $8^2 + b^2 = 10^2$ donc $b^2 = 100 - 64 = 36$. Par conséquent, $b = 6$.

b) Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en C, avec $a = 9$. Résoudre ce triangle.

7.3.1 Définition des rapports trigonométriques

Deux triangles rectangles sont semblables lorsqu'ils ont un angle aigu égal. Les côtés correspondants sont alors proportionnels :



Dans la figure ci-dessus, on suppose que $\alpha = \alpha'$ et $\gamma = \gamma'$ car le premier triangle est rectangle C et le deuxième est rectangle en C'. Alors

$$\beta = 90° - \alpha = 90° - \alpha' = \beta', \quad \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} \quad \text{et} \quad \frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$$

Le rapport des côtés ne dépend donc que de l'angle aigu, ce qui permet de définir les rapports trigonométriques suivants :

Définition
Soit ABC un triangle rectangle en C. Le **sinus**, le **cosinus** et la **tangente** de α sont définis par

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{mesure du côté opposé à } \alpha}{\text{mesure de l'hypothénuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{mesure du côté adjacent à } \alpha}{\text{mesure de l'hypothénuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{mesure du côté opposé à } \alpha}{\text{mesure du côté adjacent à } \alpha} = \frac{a}{b}$$

Exemples

a) Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC rectangle en C, sachant que $c = 6$ et $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$.

Comme $\frac{2}{3} = \cos(\alpha) = \frac{b}{6}$, il s'ensuit que $b = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4$. Par le théorème de Pythagore, $a^2 = 36 - 16 = 20$, donc $a = \sqrt{20}$.

b) Soit ABC un triangle rectangle en A, tel que $b = 3$ et $b = c$. Déterminer l'angle α.

7.3.2 Relations fondamentales

Si α est un angle aigu, les trois relations suivantes sont vérifiées :

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

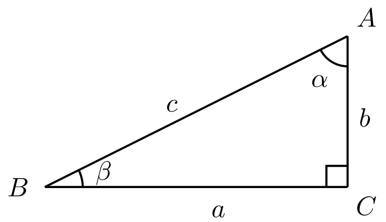
$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$1 + \tan^2(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$$

où la notation $\sin^2(\alpha)$ signifie $(\sin(\alpha))^2$, et ainsi de suite.

Preuve de ces relations

a) Considérons le triangle suivant rectangle en C :



alors
$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2}$

Par le théorème de Pythagore, $a^2 + b^2 = c^2$ donc cette fraction est égale à 1.

b) Comme $\sin(\alpha) = \dfrac{a}{c}$ et $\cos(\alpha) = \dfrac{b}{c}$, on a $\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} =$

c)

Pour les exercices qui suivent, rappelons que le rayon de la Terre vaut 6370 km.

Exercice 7.1

Lausanne est à une latitude de $46°31'$ N. Calculer la distance, en suivant un méridien, entre

a) Lausanne et l'équateur,

b) Lausanne et le pôle nord,

c) Lausanne et le pôle sud.

Exercice 7.2

Sion et Délémont se trouvent sur le même méridien terrestre. Leur distance à vol d'oiseau est de 123 km. Sachant que la latitude de Sion est de $46°14'$ N, calculer la latitude de Délémont.

Exercice 7.3

Dunkerque et Barcelone se trouvent sur le même méridien terrestre. Leurs latitudes respectives sont $49°45'$ N et $40°15'$ N. Calculer la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes.

Exercice 7.4

La distance à vol d'oiseau entre Lausanne et Genève est de 50 km. Quel est l'angle entre une verticale à Lausanne et une verticale à Genève ?

Exercice 7.5

Esquisser les angles suivants, donnés par leur mesure en radian :

a) $\dfrac{\pi}{6}$ b) $\dfrac{2\pi}{5}$ c) $\dfrac{\pi}{4}$ d) 1 e) $2,5$ f) $4,7$

Exercice 7.6

Donner la valeur des angles suivants en radians :

a) $90°$ b) $270°$ c) $45°$ d) $135°$ e) $20°$ f) $120°$

Exercice 7.7

Donner la valeur des angles suivants en degrés :

a) $\dfrac{2\pi}{3}$ b) $\dfrac{7\pi}{9}$ c) $\dfrac{\pi}{4}$ d) 1 e) $\dfrac{7\pi}{8}$

Exercice 7.8

Calculer la mesure en degrés et en radians des angles au sommet des figures suivantes :

a) un triangle équilatéral,

b) un carré,

c) un pentagone régulier,

d) un hexagone régulier,

e) un n-gone régulier convexe.

Exercice 7.9

Quelle est la distance parcourue par l'extrémité de la grande aiguille, longue de 12 mm, d'une montre en

a) 5 minutes,

b) 14 minutes et 30 secondes,

c) 43 minutes et 17 secondes.

Exercice 7.10

La roue d'une locomotive a $4,575$ m de circonférence. Combien doit-elle faire de tours par seconde pour que sa vitesse soit de 48 km/h ?

Exercice 7.11

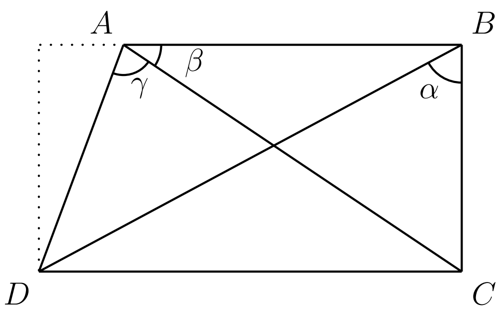
Quel est le trajet parcouru par un véhicule dont les roues, de $0,4$ m de rayon, ont effectué 1000 tours ?

Exercice 7.12

Une roue de voiture, de $0,85$ m de diamètre, fait 80 tours en 60 secondes. Quelle est la vitesse de la voiture en km/h ?

Exercice 7.13

Cet exercice est à faire avec la plus grande précision dans les mesures.
On considère le trapèze rectangle ci-dessous :



a) À l'aide de mesures de longueur effectuées sur la figure, donner les rapports $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$.

b) Mesurer l'angle α à l'aide d'un rapporteur, et calculer à la machine les rapports $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$. Comparer avec les valeurs obtenues en a).

c) À l'aide des mesures de longueur effectuées sur la figure et d'une calculatrice, déterminer les angles β et γ.

d) Mesurer au rapporteur les angles β et γ, puis comparer avec les valeurs obtenues en c).

Exercice 7.14

Compléter le tableau à l'aide d'une calculatrice :

α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
$19°$			
	$0,125$		
		$0,4$	
			2

Exercice 7.15

Calculer dans chaque cas l'inconnue :

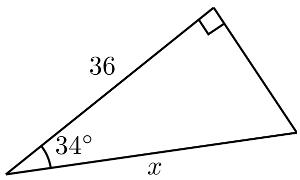
a) $\sin(27°) = \dfrac{3}{x}$ b) $\tan(\alpha) = \dfrac{8}{5}$ c) $\cos(79,5°) = \dfrac{a}{7}$

d) $\cos(\alpha) = \sin(50°)$ e) $\tan(24°) + \tan(x) = 1,35$

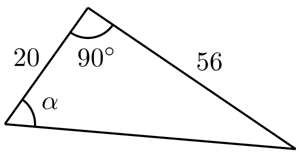
Exercice 7.16

Calculer l'élément inconnu dans chacune des figures :

a)



b)



Exercice 7.17

Résoudre les triangles ABC, rectangles en C, connaissant :

a) $\alpha = 27°$; $a = 7,8$ b) $a = 63$; $c = 92$

c) $\beta = 40°$; $c = 480$ d) $b = 7$; aire $= 12,5$

e) $\alpha = 67,5°$; $b = 26,3$ f) $a = 13,4$; $b = 20$

g) $\beta = 39,4°$; $a = 32$ h) $a = 5$; aire $= 6$

Exercice 7.18

Sachant que ABC est un triangle isocèle en A, compléter le tableau, où h_A et h_B désignent les hauteurs issues de A et B.

	α	β	a	b	h_A	h_B
a)			47		51	
b)			$9,3$			$7,8$
c)	$65°$			35		
d)		$72°$				$5,6$
e)		$29°$		$17,5$		
f)	$38°$		$23,4$			

Exercice 7.19

Quelle est la longueur de l'ombre d'un arbre vertical de 8 m de haut lorsque le soleil se trouve à 30° au-dessus de l'horizon ?

Exercice 7.20

Quelle est la hauteur d'un arbre vertical situé à une distance de 8 m, dont le sommet est visible sous un angle de 30° par rapport au sol (qui est horizontal) ?

Exercice 7.21

Une ficelle de 8 m est tendue entre le sol et le faîte d'un arbre. Elle fait avec le sol un angle de 30°. Quelle est la hauteur de l'arbre vertical et à quelle distance se trouve-t-il du point d'attache ?

Exercice 7.22

Une route s'élève régulièrement en formant avec l'horizontale un angle de $4,5°$. Quelle distance horizontale parcourt-on lorsqu'on a suivi la route sur $6,4$ km ? De combien s'est-on alors élevé ?

Exercice 7.23

Le Raidillon des Boveresses mesure 4 mm sur une carte au $1 : 25'000$ et la différence d'altitude entre le bas et le haut est de 20 m.

a) Quelle en est sa pente ?

b) Quel angle fait-il avec l'horizontale ?

c) Quelle distance parcourt un cycliste en le gravissant ?

Exercice 7.24

Le funiculaire Territet-Glion possède une longueur de 637 m et une dénivellation de 300 m.

a) Quelle est la pente de ce funiculaire ?

b) Quel angle son tracé fait-il avec l'horizontale ?

c) Les roues du funiculaire ont 80 cm de diamètre, combien font-elles de tours en une montée ?

Exercice 7.25

Un escargot veut atteindre une salade (biologique) se trouvant à 2 m de là. Malheureusement, il fait une erreur de navigation et se trompe de $10°$ dans la direction à prendre. Après quelle distance la salade se trouvera-t-elle exactement à sa droite ? Combien de centimètres devra-t-il alors parcourir pour aller se régaler, s'il corrige sa promenade ?

Exercice 7.26

Un élastique est fixé horizontalement, légèrement tendu, entre les points A et C qui sont distants de 10 cm. On considère qu'il ne se déforme pas sous l'effet de son propre poids et qu'il est donc rectiligne. On suspend ensuite en B, au milieu de l'élastique, un objet qui a pour effet de l'allonger globalement de 6 cm. De quelle distance le point B descend-il sous l'effet du poids de l'objet ? Quel est l'angle entre les deux brins ?

Exercice 7.27

Un losange $ABCD$ est circonscrit à un cercle de rayon $R = 4$. Connaissant la diagonale $AC = 15$ du losange, calculer son côté, ses angles et sa diagonale BD.

Exercice 7.28

La voûte d'un tunnel est un arc de cercle dont l'angle au centre est égal à $230°$. Sachant que la largeur de la base du tunnel est de 11 m, calculer le rayon de l'arc du cercle ainsi que la hauteur maximum de la voûte au-dessus du sol.

Exercice 7.29

a) Soit un triangle ABC rectangle en A. On se donne la longueur $BC = 123$ cm et un angle de $18°$. Calculer l'aire de ce triangle.

b) Les côtés d'un rectangle mesurent respectivement 15 et 20 mètres. Calculer l'angle aigu formé par les diagonales.

c) La diagonale d'un rectangle mesure 100 m et l'angle qu'elle forme avec le plus long côté est de $24°$. Calculer l'aire de ce rectangle.

d) Calculer la longueur ℓ des côtés et l'aire d'un losange $ABCD$ connaissant l'angle $\widehat{BAD} = 35°$ et la longueur de la diagonale $AC = 7$ cm.

Pour aller plus loin

Exercice 7.30

En 230 av. J.-C., Erathostène calcula la circonférence de la Terre à l'aide des observations suivantes : à midi, le jour du solstice d'été, le soleil était à la verticale de Syène (aujourd'hui Assouan) tandis qu'il était incliné à $7,2°$ de la verticale à Alexandrie. Erathostène supposa que les deux villes avaient même longitude et que les rayons du soleil étaient parallèles. Il en déduisit que l'arc de méridien allant de Syène à Alexandrie était sous-tendu par un angle de $7,2°$ centré au centre de la Terre. La distance de Syène à Alexandrie était, à l'époque, estimée à $5'000$ stades. Sachant que 1 stade vaut environ $170,4$ mètres, calculer la circonférence de la Terre et le rayon terrestre. Vérifier que l'erreur d'Erathostène était d'environ 7%.

Exercice 7.31

On utilise une poulie de 1 m de diamètre pour soulever une charge.

a) De combien de mètres la charge est-elle soulevée lorsque la poulie tourne de 315°.

b) Si la charge est soulevée de 2 mètres, de quel angle la poulie a-t-elle tourné ?

Exercice 7.32

a) Calculer la hauteur d'un triangle équilatéral de côté a.

b) Calculer la longueur de l'hypothénuse d'un triangle rectangle isocèle de cathète a.

c) Déduire de ce qui précède les valeurs exactes du sinus, du cosinus et de la tangente des angles de 45°, 30° et 60°.

Exercice 7.33

Un homme aperçoit un arbre sous un angle de $38,6°$. Il recule de 25 m et voit l'arbre sous un angle de $18,3°$ (on admettra que les yeux de l'observateur et le pied de l'arbre sont au même niveau). Quelle est la hauteur de l'arbre ? À quelle distance du pied de l'arbre l'observateur se trouvait-il au début ?

Solutions

Solution 7.1

a) $5'171,61$ km b) $4'834,37$ km c) $15'177,6$ km

Solution 7.2

$47°20'$ N

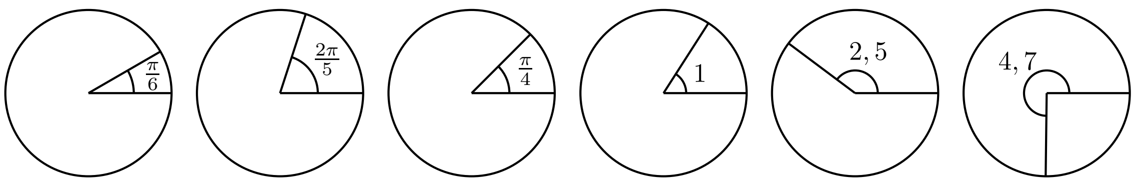
Solution 7.3

$1056,19$ km

Solution 7.4

$0,47' = 28,26''$

Solution 7.5



Solution 7.6

a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{3\pi}{2}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{3\pi}{4}$ e) $\frac{\pi}{9}$ f) $\frac{2\pi}{3}$

Solution 7.7

a) 120° b) 140° c) 45° d) $\frac{360}{2\pi}°$ e) $157,15°$

Solution 7.8

a) $60° = \frac{\pi}{3}$
b) $90° = \frac{\pi}{2}$
c) $108° = \frac{3\pi}{5}$
d) $120° = \frac{2\pi}{3}$
e) $\frac{180(n-2)}{n}° = \frac{(n-2)\pi}{n}$

Solution 7.9

a) $6,28$ mm b) $18,22$ mm c) $54,39$ mm

Solution 7.10
$37,77$

Solution 7.11
$2513,27$ m

Solution 7.12
$0,989$ km/h ? ? ?

Solution 7.13
Il suffit de comparer les réponses obtenues en a) et b) et celles obtenues en c) et d) pour vérifier la précision des mesures.

Solution 7.14

α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
$19°$	$0,33$	$0,95$	$0,34$
$7,18°$	$0,125$	$0,99$	$0,13$
$66,42°$	$0,92$	$0,4$	$2,29$
$63,43°$	$0,89$	$0,45$	2

Solution 7.15

a) $6,61$ b) $57,99°$ c) $1,28$ d) 40 e) $42,14°$

Solution 7.16

a) $43,42$ b) $70,35°$

Solution 7.17

	α	β	a	b	c	aire
a)	$27°$	$63°$	$7,8$	$15,31$	$17,18$	$59,7$
b)	$43,22°$	$46,78°$	63	$67,04$	92	$2111,91$
c)	$50°$	$40°$	$367,7$	$308,54$	480	$56724,93$
d)	$27,03°$	$62,97°$	$3,57$	7	$7,86$	$12,5$
e)	$67,5°$	$22,5°$	$63,49$	$26,3$	$68,73$	$834,94$
f)	$33,82°$	$56,18°$	$13,4$	20	$24,07$	134
g)	$50,6°$	$39,4°$	32	$26,29$	$41,41$	$420,56$
h)	$64,36°$	$25,64°$	5	$2,4$	$5,55$	6

Solution 7.18

	α	β	a	b	h_A	h_B
a)	$49,48°$	$65,26°$	47	$56,15$	51	$42,69$
b)	$65,99°$	$57°$	$9,3$	$8,54$	$7,16$	$7,8$
c)	$65°$	$57,5°$	$37,61$	35	$29,52$	$31,72$
d)	$36°$	$72°$	$5,89$	$9,53$	$9,06$	$5,6$
e)	$122°$	$29°$	$30,61$	$17,5$	$8,48$	$14,84$
f)	$38°$	$71°$	$23,4$	$35,94$	$33,98$	$22,13$

Solution 7.19
$13,86$ m

Solution 7.20
$4,62$ m

Solution 7.21
La hauteur de l'arbre est de 4 m et la distance de $6,93$ m.

Solution 7.22
$6,38$ km et 502 m

Solution 7.23
a) 20% b) $11,3°$ c) $101,98$ m

Solution 7.24
a) $53,39$% b) $28,1°$ c) $53,5$

Solution 7.25
$2,02$ m et $35,27$ cm

Solution 7.26
$6,24$ cm et $77,36°$

Solution 7.27
$AB = 8,87$; $\alpha = 64,46°$; $\beta = 115,54°$; $BD = 9,46$

Solution 7.28
rayon : $6,07$ m et $h = 8,63$ m

Solution 7.29
a) $2223,15$ cm^2
b) $73,74°$
c) $3715,724$ m^2
d) $\ell = 3,67$ cm ; $7,725$ cm^2

Solution 7.30
Circonférence de la Terre : $42'600$ km ; rayon terrestre : $6'780$ km.
Valeur effective du rayon terrestre : $6'371$ km.

Solution 7.31
a) $2,75$ m
b) $229,2°$

Solution 7.32
a) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$
b) $\sqrt{2}a$
c) $\sin(45°) = \cos(45°) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos(30°) = \sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos(60°) = \sin(30°) = \frac{1}{2}$

Solution 7.33
$h = 14,12$ m et $d = 17,68$ m