

1.6

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+2y-4}{4} = x-1 \\ \frac{x+1}{3} + \frac{y-2}{2} = \frac{x}{4} + \frac{y}{3} \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot 12 \end{array} \\
 & \begin{cases} x+2y-4 = 4(x-1) \\ 4(x+1)+6(y-2) = 3x+4y \end{cases} \\
 & \begin{cases} x+2y-4 = 4x-4 \\ 4x+4+6y-12 = 3x+4y \end{cases} \\
 & \begin{cases} -3x+2y=0 \\ x+2y=8 \end{cases} \quad L_1 \leftrightarrow L_2 \\
 & \begin{cases} x+2y=8 \\ -3x+2y=0 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow L_2 + 3L_1 \\
 & \begin{cases} x+2y=8 \\ 8y=24 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow \frac{1}{8}L_2 \\
 & \begin{cases} x+2y=8 \\ y=3 \end{cases} \quad L_1 \rightarrow L_1 - 2L_2 \\
 & \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\
 & S = \{(2;3)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \begin{cases} (2x+1)(y-2) = 2xy \\ x(3y-2) - 3y(x-1) + 4 = 0 \end{cases} \\
 & \begin{cases} 2xy - 4x + y - 2 = 2xy \\ 3xy - 2x - 3xy + 3y + 4 = 0 \end{cases} \\
 & \begin{cases} -4x + y = 2 \\ -2x + 3y = -4 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow L_2 - 3L_1 \\
 & \begin{cases} -4x + y = 2 \\ 10x = -10 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow \frac{1}{10}L_2 \\
 & \begin{cases} -4x + y = 2 \\ x = -1 \end{cases} \quad L_1 \rightarrow L_1 + 4L_2 \\
 & \begin{cases} y = -2 \\ x = -1 \end{cases} \\
 & S = \{(-1;-2)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3) \quad & \begin{cases} 3,6x + 4,7y - 14,3 = 0 \\ 2,4x + 1,9y - 6,82 = 0 \end{cases} \\
& \begin{cases} 36x + 47y = 143 \\ 240x + 190y = 682 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow 3L_2 - 20L_1 \\
& \begin{cases} 36x + 47y = 143 \\ -370y = -814 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow -\frac{1}{74}L_2 \\
& \begin{cases} 36x + 47y = 143 \\ 5y = 11 \end{cases} \quad L_1 \rightarrow 5L_1 - 47L_2 \\
& \begin{cases} 180x = 198 \\ 5y = 11 \end{cases} \\
& \begin{cases} x = \frac{198}{180} = \frac{11}{10} \\ y = \frac{11}{5} \end{cases} \\
& S = \left\{ \left( \frac{11}{10}; \frac{11}{5} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4) \quad & \begin{cases} 7x - 5 = 6y + 3 \\ y + 7x = 7y + 12 \end{cases} \\
& \begin{cases} 7x - 6y = 8 \\ 7x - 6y = 12 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow L_2 - L_1 \\
& \begin{cases} 7x - 6y = 8 \\ 0 = 4 \end{cases}
\end{aligned}$$

La seconde équation étant impossible, on conclut que  $S = \emptyset$ .

$$\begin{aligned}
5) \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-2}{5} - \frac{10-x}{3} = \frac{y-10}{4} \\ \frac{x+13}{4} + \frac{2x+y}{8} = \frac{2y+4}{3} \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 60 \\ \cdot 24 \end{array} \\
& \begin{cases} 12(x-2) - 20(10-x) = 15(y-10) \\ 6(x+13) + 3(2x+y) = 8(2y+4) \end{cases} \\
& \begin{cases} 12x - 24 - 200 + 20x = 15y - 150 \\ 6x + 78 + 6x + 3y = 16y + 32 \end{cases} \\
& \begin{cases} 32x - 15y = 74 \\ 12x - 13y = -46 \end{cases} \quad L_1 \leftrightarrow L_2 \\
& \begin{cases} 12x - 13y = -46 \\ 32x - 15y = 74 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow 3L_2 - 8L_1 \\
& \begin{cases} 12x - 13y = -46 \\ 59y = 590 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow \frac{1}{59}L_2
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} 12x - 13y = -46 \\ y = 10 \end{cases} \quad L_1 \rightarrow L_1 + 13L_2$$

$$\begin{cases} 12x = 84 \\ y = 10 \end{cases} \quad L_1 \rightarrow \frac{1}{12}L_1$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 10 \end{cases}$$

$$S = \{(7; 10)\}$$

$$6) \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow L_2 - 3L_1$$

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Comme la seconde équation est toujours vérifiée, le système est indéterminé.

L'ensemble des solutions de ce système peut s'écrire :

$$S = \{(2\alpha + 3; \alpha) : \alpha \in \mathbb{R}\}$$