

- 1.10** Pour qu'un corps complètement immergé reste en équilibre dans l'eau, il faut qu'il ait la même masse volumique que l'eau, à savoir 1 kg/dm^3 .

Appelons r le rayon du cylindre, x la hauteur de la partie en bois et y la hauteur de la partie en aluminium, en prenant pour unité de mesure le dm.
(On prendra garde de noter que la hauteur totale du cylindre vaut $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$.)

La partie en bois a un volume de $\pi r^2 x \text{ dm}^3$ et une masse de $0,6 \pi r^2 x \text{ kg}$.

La partie en aluminium a un volume de $\pi r^2 y \text{ dm}^3$ et une masse de $2,7 \pi r^2 y \text{ kg}$.

Le cylindre a par conséquent un volume de $\pi r^2 \cdot 1 = \pi r^2 \text{ dm}^3$ et une masse de $0,6 \pi r^2 x + 2,7 \pi r^2 y = \pi r^2 (0,6 x + 2,7 y) \text{ kg}$.

$$\text{Sa masse volumique vaut donc } \frac{\pi r^2 (0,6 x + 2,7 y)}{\pi r^2} = 0,6 x + 2,7 y \text{ kg/dm}^3.$$

La résolution du problème se ramène désormais à la résolution de ce système :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0,6 x + 2,7 y = 1 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow 10 L_2$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 6 x + 27 y = 10 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow L_2 - 6 L_1$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 21 y = 4 \end{cases} \quad L_1 \rightarrow 21 L_1 - L_2$$

$$\begin{cases} 21 x = 17 \\ 21 y = 4 \end{cases} \quad \begin{aligned} L_1 &\rightarrow \frac{1}{21} L_1 \\ L_2 &\rightarrow \frac{1}{21} L_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = \frac{17}{21} \\ y = \frac{4}{21} \end{cases}$$

On conclut que les parties en bois et en aluminium mesurent respectivement $\frac{17}{21} \text{ dm} = \frac{170}{21} \text{ cm}$ et $\frac{4}{21} \text{ dm} = \frac{40}{21} \text{ cm}$.