

1.16 Posons $\begin{cases} x & : \text{nombre de moutons} \\ y & : \text{argent reçu pour chaque mouton} \end{cases}$.

L'énoncé du problème se traduit par ce système d'équations :

$$\begin{cases} xy = 2880 \\ (x - 10)(y + 4,50) = 3186 \end{cases} .$$

La première équation fournit $y = \frac{2880}{x}$ que l'on peut substituer dans la seconde :

$$(x - 10) \left(\frac{2880}{x} + 4,50 \right) = 3186$$

$$2880 + 4,50x - \frac{28800}{x} - 45 = 3186$$

En multipliant cette dernière équation par $2x$, on trouve :

$$5760x + 9x^2 - 57600 - 90x = 6372x$$

$$9x^2 - 702x - 57600 = 0$$

$$\Delta = (-702)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-57600) = 2566404 = 1602^2$$

$$x_1 = \frac{-(-702) - 1602}{2 \cdot 9} = -\frac{900}{18} = -50$$

$$x_2 = \frac{-(-702) + 1602}{2 \cdot 9} = \frac{2304}{18} = 128$$

La solution $x_1 = -50$ doit être rejetée, car le nombre de moutons ne peut pas être négatif.

On conclut que le troupeau se compose de $x = 128$ moutons et que le berger reçoit $y = \frac{2880}{128} = \frac{45}{2} = 22,50$ francs pour chacun d'eux.