

3.8

$$1) \quad \begin{array}{r|l} x^3 - x^2 + 2mx + n & x^2 - 2x + 2 \\ -x^3 + 2x^2 - 2x & x + 1 \\ \hline x^2 + (2m-2)x + n & \\ -x^2 + 2x - 2 & \\ \hline 2mx + n - 2 & \end{array}$$

$$x^3 - x^2 + 2mx + n = (x^2 - 2x + 2)(x + 1) + (2mx + n - 2)$$

Pour que $x^3 - x^2 + 2mx + n$ soit divisible par $x^2 - 2x + 2$, il faut que le reste de la division soit nul, c'est-à-dire que $2mx + n - 2 = 0$.

On en déduit :

$$(a) \quad 2m = 0 \iff m = 0$$

$$(b) \quad n - 2 = 0 \iff n = 2$$

$$2) \quad \begin{array}{r|l} x^4 + mx^2 + nx - 4 & x^2 + 1 \\ -x^4 - x^2 & x^2 + m - 1 \\ \hline + (m-1)x^2 + nx - 4 & \\ - (m-1)x^2 - (m-1) & \\ \hline nx - (m+3) & \end{array}$$

$$x^4 + mx^2 + nx - 4 = (x^2 + 1)(x^2 + m - 1) + (nx - (m + 3))$$

Pour que $x^4 + mx^2 + nx - 4$ soit divisible par $x^2 + 1$, il faut que le reste de la division soit nul, c'est-à-dire que $nx - (m + 3) = 0$.

On en déduit :

$$(a) \quad n = 0$$

$$(b) \quad m + 3 = 0 \iff m = -3$$

$$3) \quad (x + 2)(x - 5) = x^2 - 3x - 10$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 + mx + n & x^2 - 3x - 10 \\ -x^3 + 3x^2 + 10x & x + 2 \\ \hline 2x^2 + (m+10)x + n & \\ -2x^2 + 6x + 20 & \\ \hline (m+16)x + (n+20) & \end{array}$$

$$x^3 - x^2 + mx + n = (x + 2)(x - 5)(x + 2) + ((m + 16)x + (n + 20))$$

Pour que $x^3 - x^2 + mx + n$ soit divisible par $(x + 2)(x - 5)$, il faut que le reste de la division soit nul, à savoir que $(m + 16)x + (n + 20) = 0$.

On en déduit :

$$(a) \quad m + 16 = 0 \iff m = -16$$

$$(b) \quad n + 20 = 0 \iff n = -20$$