

3.9 Posons $P(x) = 2x^9 + x^6 - 7x - 6$.

Puisque $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$, les conditions suivantes sont équivalentes :

- 1) $P(x)$ est divisible par $x^2 - x - 2$.
- 2) $P(x)$ est divisible par $x - 2$ et $P(x)$ est divisible par $x + 1$.
- 3) $P(2) = 0$ et $P(-1) = 0$.

Or on calcule que :

$$P(2) = 2 \cdot 2^9 + 2^6 - 7 \cdot 2 - 6 = 1068 \neq 0$$

$$P(-1) = 2 \cdot (-1)^9 + (-1)^6 - 7 \cdot (-1) - 6 = 0$$

On en conclut que $2x^9 + x^6 - 7x - 6$ est divisible par $x + 1$, mais non par $x - 2$.

C'est pourquoi $2x^9 + x^6 - 7x - 6$ n'est pas divisible par $x^2 - x - 2$.