

3.16 Cherchons par essais successifs quel est le zéro entier compris entre -4 et 0 :

$$P(-4) = 2 \cdot (-4)^3 + 3 \cdot (-4)^2 - 11 \cdot (-4) - 6 = -42$$

$$P(-3) = 2 \cdot (-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 - 11 \cdot (-3) - 6 = 0$$

On sait désormais que $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$ est divisible par $x + 3$.

Déterminons les autres facteurs à l'aide du schéma de Horner.

$$\begin{array}{rrrr} 2 & 3 & -11 & -6 \\ & -6 & 9 & 6 \\ \hline 2 & -3 & -2 & \parallel & 0 \end{array}$$

$$\text{Ainsi } P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = (x + 3)(2x^2 - 3x - 2).$$

Il reste à présent à factoriser le polynôme du deuxième degré $2x^2 - 3x - 2$.

Pour cela, calculons ses zéros :

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25 = 5^2 > 0$$

$$x_1 = \frac{-(-3)-5}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-(-3)+5}{2 \cdot 2} = 2$$

$$\text{Par conséquent } 2x^2 - 3x - 2 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 2) = (2x + 1)(x - 2).$$

Finalement, on conclut que :

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = (x + 3)(2x^2 - 3x - 2) = (x + 3)(2x + 1)(x - 2).$$