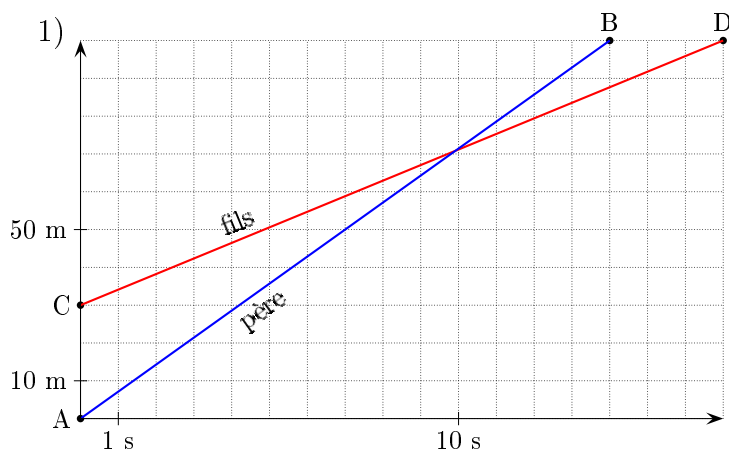


6.11



Déterminons le graphe de la fonction correspondant à la course du père. Il s'agit de la droite passant par les points $A(0;0)$ et $B(14;100)$.

Il convient donc de résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} h = 0 \\ 14m + h = 100 \end{cases}$$

La première équation délivre tout de suite $h = 0$, de sorte qu'en remplaçant cette valeur dans la seconde équation, on obtient $14m = 100$, à savoir $m = \frac{50}{7}$.

Le graphe de la course du père correspond donc à la fonction $f(x) = \frac{50}{7}x$.

De même, calculons la fonction correspondant à la course du fils.

Il s'agit de la fonction affine passant par les points $C(0;30)$ et $D(17;100)$.

C'est pourquoi, il y a lieu de résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} h = 30 \\ 17m + h = 100 \end{cases}$$

La première équation fournit immédiatement $h = 30$ que l'on peut substituer dans la seconde : $17m + 30 = 100$, si bien que $m = \frac{70}{17}$.

Le graphe de la course du fils correspond à la fonction $g(x) = \frac{70}{17}x + 30$.

Pour déterminer après combien de secondes le père a couru 100 m, il suffit de résoudre l'équation $100 = f(x) = \frac{50}{7}x$.

La solution est $100 : \frac{50}{7} = 14$; le père franchit la ligne d'arrivée 14 secondes après le départ de la course.

De même, pour savoir quand le fils franchit la ligne d'arrivée, il faut résoudre l'équation $100 = g(x) = \frac{70}{17}x + 30$.

On trouve $70 = \frac{70}{17}x$, puis $x = 70 : \frac{70}{17} = 17$; le fils franchit donc la ligne d'arrivée 17 secondes après le départ de la course.

On conclut que c'est le père qui a gagné la course avec $17 - 14 = 3$ secondes d'avance.

- 2) On sait que le père franchit la ligne 14 secondes après le départ.

Calculons la position du fils à cet instant :

$$g(14) = \frac{70}{17} \cdot 14 + 30 = \frac{1490}{17} \text{ m.}$$

La distance séparant le père et le fils lorsque celui-là franchit la ligne d'arrivée vaut donc :

$$100 - \frac{1490}{17} = \frac{210}{17} \approx 12,35 \text{ m.}$$

- 3) La vitesse moyenne du père vaut $\frac{100}{14} = \frac{50}{7} \approx 7,14 \text{ m/s}$.

La vitesse moyenne du fils vaut $\frac{100}{17} \approx 4,12 \text{ m/s}$

On remarque que les vitesses correspondent aux pentes des droites respectives.

- 4) Le père et le fils sont côte à côte au moment où les graphes correspondant à leurs courses respectives se croisent.

Il s'agit donc de déterminer leur point d'intersection, c'est-à-dire de résoudre le système constitué des équations des droites correspondantes :

$$\begin{cases} y = \frac{50}{7}x \\ y = \frac{70}{17}x + 30 \end{cases}$$

Résolvons donc l'équation $\frac{50}{7}x = \frac{70}{17}x + 30$.

La multiplication par $7 \cdot 17$ donne : $850x = 490x + 3570$.

Il s'ensuit $360x = 3570$ et $x = \frac{3570}{360} = \frac{119}{12} \approx 9,92$.

Le père et le fils sont ainsi côte à côte $\frac{119}{12} \approx 9,92$ secondes après le départ.

À cet instant, le père a parcouru une distance de :

$$f\left(\frac{119}{12}\right) = \frac{50}{7} \cdot \frac{119}{12} = \frac{425}{6} \approx 70,83 \text{ m.}$$