

6.16 Soit $y = ax^2 + bx + c$ l'équation de la parabole recherchée.

Puisque la parabole passe par l'origine $O(0; 0)$, on doit avoir :

$$0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c.$$

Il en résulte aussitôt $c = 0$.

L'équation de la parabole recherchée peut désormais s'écrire $y = ax^2 + bx$.

Vu que la parabole recherchée passe par le point $P(3; -6)$, il s'ensuit :

$$-6 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3$$

c'est-à-dire $9a + 3b = -6$ ou, plus simplement encore, $3a + b = -2$.

Pour que la parabole recherchée passe par le point $Q(-3; 12)$, il faut que :

$$12 = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3)$$

à savoir $12 = 9a - 3b$ et, en simplifiant, $3a - b = 4$.

Pour déterminer l'équation de la parabole recherchée, il reste encore à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3a + b = -2 \\ 3a - b = 4 \end{cases}$$

L'addition de ces équations donne $6a = 2$, d'où suit $a = \frac{1}{3}$.

La soustraction de ces équations délivre $2b = -6$, de sorte que $b = -3$.

En définitive, la parabole recherchée admet pour équation $y = \frac{1}{3}x^2 - 3x$.