7.5 1) $\begin{cases} x + 5\,y = 35 \\ 3\,x + 2\,y = 27 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 3 \cdot 5 = 2 - 15 = -13 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 35 & 5 \\ 27 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{35 \cdot 2 - 27 \cdot 5}{1 \cdot 2 - 3 \cdot 5} = \frac{70 - 135}{2 - 15} = \frac{-65}{-13} = 5$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 35 \\ 3 & 27 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{1 \cdot 27 - 35 \cdot 3}{1 \cdot 2 - 3 \cdot 5} = \frac{27 - 105}{2 - 15} = \frac{-78}{-13} = 6$$

$\mathrm{S} = \{(5\,;6)\}$

2) $\begin{cases} 2\,x - 7\,y = 8 \\ -9\,x + 4\,y = 19 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -9 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 - (-9) \cdot (-7) = 8 - 63 = -55 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 8 & -7 \\ 19 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -9 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{8 \cdot 4 - 19 \cdot (-7)}{2 \cdot 4 - (-9) \cdot (-7)} = \frac{32 + 133}{8 - 63} = \frac{165}{-55} = -3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -9 & 19 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -9 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{2 \cdot 19 - (-9) \cdot 8}{2 \cdot 4 - (-9) \cdot (-7)} = \frac{38 + 72}{8 - 63} = \frac{110}{-55} = -2$$

$\mathrm{S} = \{(-3\,;-2)\}$

3) $\begin{cases} 8\,x + 3\,y = 3 \\ 12\,x + 9\,y = 3 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 12 & 9 \end{vmatrix} = 8 \cdot 9 - 12 \cdot 3 = 72 - 36 = 36 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 12 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot 9 - 3 \cdot 3}{8 \cdot 9 - 12 \cdot 3} = \frac{27 - 9}{72 - 36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 12 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 12 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{8 \cdot 3 - 12 \cdot 3}{8 \cdot 9 - 12 \cdot 3} = \frac{24 - 36}{72 - 36} = \frac{-12}{36} = -\frac{1}{3}$$

$\mathrm{S} = \left\{ \left(\frac{1}{2} \,;\, -\frac{1}{3} \right) \right\}$

4) $\begin{cases} 5\,x + 7\,y = 101 \\ 7\,x - \,y = 55 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-1) - 7 \cdot 7 = -5 - 49 = -54 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 101 & 7 \\ 55 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 7 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{101 \cdot (-1) - 7 \cdot 55}{5 \cdot (-1) - 7 \cdot 7} = \frac{-101 - 385}{-5 - 49} = \frac{-486}{-54} = 9$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 101 \\ 7 & 55 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 7 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{5 \cdot 55 - 101 \cdot 7}{5 \cdot (-1) - 7 \cdot 7} = \frac{275 - 707}{-5 - 49} = \frac{-432}{-54} = 8$$

$\mathrm{S} = \{(9\,;8)\}$

5) $\begin{cases} 3\,x + 2\,y = 21 \\ \,x - \,y = 2 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-1) - 1 \cdot 2 = -3 - 2 = -5 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 21 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{21 \cdot (-1) - 2 \cdot 2}{3 \cdot (-1) - 2 \cdot 1} = \frac{-21 - 4}{-3 - 2} = \frac{-25}{-5} = 5$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 21 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot 2 - 21 \cdot 1}{3 \cdot (-1) - 2 \cdot 1} = \frac{6 - 21}{-3 - 2} = \frac{-15}{-5} = 3$$

$\mathrm{S} = \{(5\,;3)\}$

6) $\begin{cases} 7\,x + 3\,y = 36 \\ 11\,x - 5\,y = 8 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 11 & -5 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-5) - 11 \cdot 3 = -35 - 33 = -68 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 36 & 3 \\ 8 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 11 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{36 \cdot (-5) - 8 \cdot 3}{7 \cdot (-5) - 11 \cdot 3} = \frac{-180 - 24}{-35 - 33} = \frac{-204}{-68} = 3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 36 \\ 11 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 11 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{7 \cdot 8 - 11 \cdot 36}{7 \cdot (-5) - 11 \cdot 3} = \frac{56 - 396}{-35 - 33} = \frac{-340}{-68} = 5$$

$\mathrm{S} = \big\{(3\,;5)\big\}$

7) $\begin{cases} 10\,x + 4\,y = 3 \\ -5\,x + 20\,y = 4 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 10 & 4 \\ -5 & 20 \end{vmatrix} = 10 \cdot 20 - (-5) \cdot 4 = 200 + 20 = 220 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 4 \\ -5 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot 20 - 4 \cdot 4}{10 \cdot 20 - (-5) \cdot 4} = \frac{60 - 16}{220 + 20} = \frac{44}{220} = \frac{1}{5}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ -5 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 4 \\ -5 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{10 \cdot 4 - (-5) \cdot 3}{10 \cdot 20 - (-5) \cdot 4} = \frac{40 + 15}{220 + 20} = \frac{55}{220} = \frac{1}{4}$$

$\mathrm{S} = \big\{\big(\tfrac{1}{5}\,;\tfrac{1}{4}\big)\big\}$

8) $\begin{cases} 12\,x - 7\,y = -2 \\ 8\,x + 21\,y = 50 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 12 & -7 \\ 8 & 21 \end{vmatrix} = 12 \cdot 21 - 8 \cdot (-7) = 252 + 56 = 308 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -7 \\ 50 & 21 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & -7 \\ 8 & 21 \end{vmatrix}} = \frac{-2 \cdot 21 - 50 \cdot (-7)}{12 \cdot 21 - 8 \cdot (-7)} = \frac{-42 + 350}{252 + 56} = \frac{308}{308} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -2 \\ 8 & 50 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & -7 \\ 8 & 21 \end{vmatrix}} = \frac{12 \cdot 50 - 8 \cdot (-2)}{12 \cdot 21 - 8 \cdot (-7)} = \frac{600 + 16}{252 + 56} = \frac{616}{308} = 2$$

$\mathrm{S} = \{(1\,;2)\}$

9) $\begin{cases} 3\,x + 4\,y = 85 \\ 7\,x - 6\,y = -1 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 7 & -6 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-6) - 7 \cdot 4 = -18 - 28 = -46 \neq 0$$

Le système admet ainsi une solution unique :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 85 & 4 \\ -1 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 7 & -6 \end{vmatrix}} = \frac{85 \cdot (-6) - (-1) \cdot 4}{3 \cdot (-6) - 7 \cdot 4} = \frac{-510 + 4}{-18 - 28} = \frac{-506}{-46} = 11$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 85 \\ 7 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 7 & -6 \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot (-1) - 7 \cdot 85}{3 \cdot (-6) - 7 \cdot 4} = \frac{-3 - 595}{-18 - 28} = \frac{-598}{-46} = 13$$

$\mathrm{S} = \{(11\,;13)\}$