

7.12 Désignons par x le nombre de pommes achetées par le marchand et par y le prix d'achat de chaque pomme.

Le problème se transcrit par ce système d'équations :

$$\begin{cases} xy = 7,56 \\ (x - 5)(y + 0,04) = 7,56 + 0,58 \end{cases}$$

La première équation donne $y = \frac{7,56}{x}$ que l'on substitue dans la seconde :

$$\begin{aligned} (x - 5) \left(\frac{7,56}{x} + 0,04 \right) &= 7,56 + 0,58 \\ 7,56 + 0,04x - \frac{37,8}{x} - 0,2 - 7,56 - 0,58 &= 0 \\ 0,04x - 0,78 - \frac{37,8}{x} &= 0 \\ 4x - 78 - \frac{3780}{x} &= 0 \\ \frac{4x^2 - 78x - 3780}{x} &= 0 \end{aligned}$$

Cette dernière fraction s'annule si son numérateur s'annule :

$$\begin{aligned} 4x^2 - 78x - 3780 &= 0 \\ \Delta &= (-78)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3780) = 66\,564 = 258^2 \end{aligned}$$

- 1) $x_1 = \frac{-(-78) - 258}{2 \cdot 4} = -\frac{45}{2}$ doit être rejeté, car le nombre de pommes achetées ne saurait être négatif
- 2) $x_2 = \frac{-(-78) + 258}{2 \cdot 4} = 42$ implique $y_2 = \frac{7,56}{x_2} = \frac{7,56}{42} = 0,18$

On conclut que le marchand a acheté 42 pommes, chacune à 18 centimes.