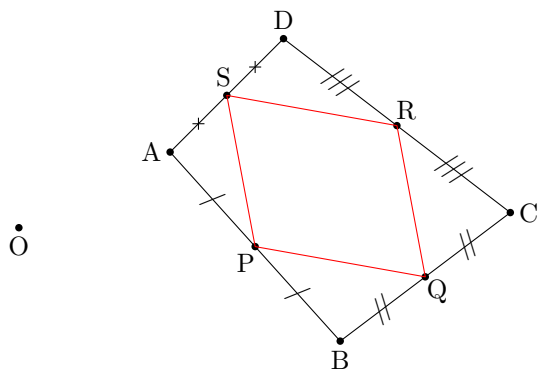


8.20



D'après l'exercice 8.16, il suffit de prouver l'égalité vectorielle $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$, car elle équivaut à l'égalité vectorielle $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{QR}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) - \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{OC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{OA}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{SR} &= \overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OS} \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) - \frac{1}{2} (\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA}) \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{OD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{OC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{OA}\end{aligned}$$

On a ainsi prouvé l'égalité vectorielle $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$, si bien que le quadrilatère PQRS constitue bien un parallélogramme.