

9.4 Proposition Soient deux vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ de l'espace donnés par leurs composantes dans une base $\mathcal{B} = (\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$ et un nombre réel λ . Alors :

$$1) \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix} ;$$

$$2) \lambda \vec{a} = \lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \lambda a_3 \end{pmatrix} .$$

Preuve

$$1) \vec{a} + \vec{b} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3 + b_1 \vec{e}_1 + b_2 \vec{e}_2 + b_3 \vec{e}_3$$

$$= (a_1 + b_1) \vec{e}_1 + (a_2 + b_2) \vec{e}_2 + (a_3 + b_3) \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

$$2) \lambda \vec{a} = \lambda (a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3) = (\lambda a_1) \vec{e}_1 + (\lambda a_2) \vec{e}_2 + (\lambda a_3) \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \lambda a_3 \end{pmatrix}$$