10.9 1) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 0-1 \\ 4-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -3-3 \\ 2-1 \\ 5-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{AC} = \lambda\,\overrightarrow{AB}$:

$$\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda \\ -\lambda \\ 5\,\lambda \end{pmatrix} \iff \begin{cases} -6 = -\lambda \\ 1 = -\lambda \\ 6 = 5\,\lambda \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = 6 \\ \lambda = -1 \\ \lambda = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Puisque l'on obtient des valeurs de λ différentes, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, de sorte que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ 1-(-1) \\ -2-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4-2 \\ -5-(-1) \\ -11-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -16 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{AC} = \lambda\,\overrightarrow{AB}$:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -16 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda \\ 2\,\lambda \\ -7\,\lambda \end{pmatrix} \iff \begin{cases} 2 = -\lambda \\ -4 = 2\,\lambda \\ -16 = -7\,\lambda \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = -2 \\ \lambda = -2 \\ \lambda = \frac{16}{7} \end{cases}$$

Puisque l'on obtient des valeurs de λ différentes, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, de sorte que les points A, B et C ne sont pas alignés.

3) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ \frac{1}{2}-1 \\ \frac{1}{2}-\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 9-3 \\ 4-1 \\ \frac{1}{2}-\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{AC} = \lambda\,\overrightarrow{AB}$:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda \\ -\frac{1}{2}\,\lambda \\ 0 \end{pmatrix} \iff \begin{cases} 6 = -\lambda \\ 3 = -\frac{1}{2}\,\lambda \\ 0 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = -6 \\ \lambda = -6 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Attendu que $\overrightarrow{AC} = -6\,\overrightarrow{AB}$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, ce qui signifie que les points A, B et C sont alignés.