

**10.12** Le point D appartient au plan ABC si et seulement si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AD}$  sont coplanaires.

$$1) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1-0 \\ 0-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 1-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 0-0 \\ 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1 \neq 0$$

Le point D n'appartient donc pas au plan ABC.

$$2) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ -2-3 \\ 3-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 0-3 \\ -1-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 12-1 \\ -14-3 \\ 17-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -17 \\ 19 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 11 \\ -5 & -3 & -17 \\ 5 & 1 & 19 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 11 \\ -5 & -3 & -17 \\ 5 & 1 & 19 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -171 - 85 - 55 + 165 + 51 + 95 = 0$$

Par conséquent, le point D appartient au plan ABC.

3) Vu que A = D, on conclut immédiatement que D appartient au plan ABC.

$$4) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ -2-(-3) \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ -3-(-3) \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ -3-(-3) \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0+0-1-0-0-0 = -1 \neq 0$$

Le point D n'appartient donc pas au plan ABC.