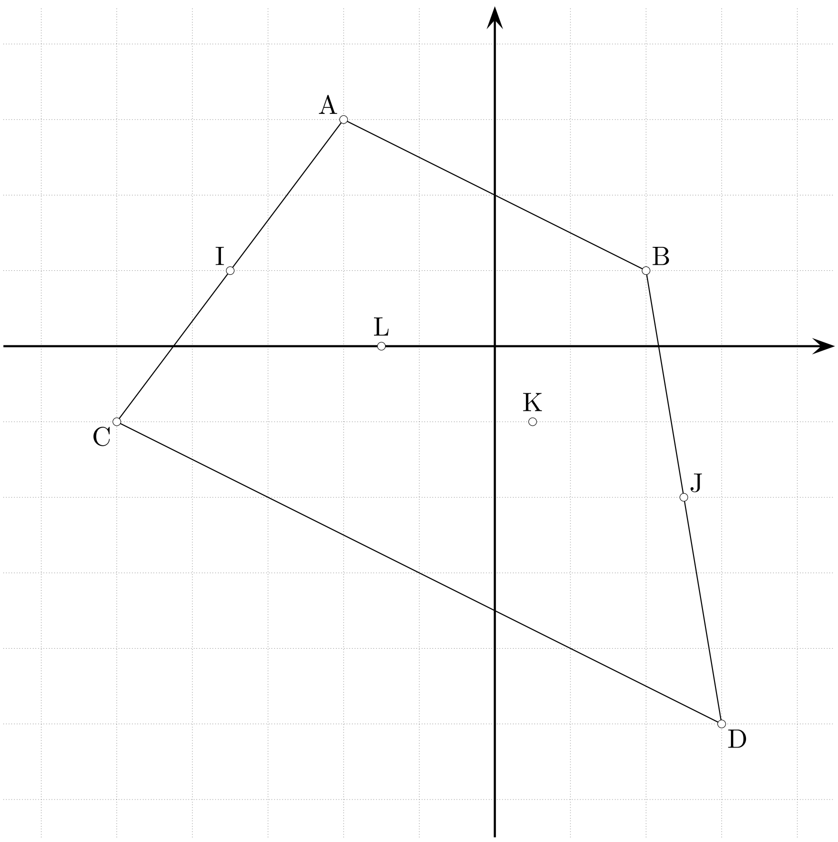
10.19



1) Pour prouver que le quadrilatère ABCD est un trapèze, il suffit de montrer que les côtés AB et CD sont parallèles, en d'autres termes que les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ sont colinéaires :

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 2-(-2) \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{\mathrm{CD}} = \begin{pmatrix} 3-(-5) \\ -5-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Soit on remarque que $\overrightarrow{\mathrm{CD}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, soit on constate que le déterminant $\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = 4\cdot(-4) - (-2)\cdot 8 = -16 + 16 = 0$.

2) $\mathrm{I}\frac{-2-5}{2}\,;\frac{3-1}{2}) = \mathrm{I}(-\frac{7}{2}\,;1)$ $\qquad$ $\mathrm{J}(\frac{2+3}{2}\,;\frac{1-5}{2}) = \mathrm{J}(\frac{5}{2}\,;-2)$

$\mathrm{K}(\frac{-2+3}{2}\,;\frac{3-5}{2}) = \mathrm{K}(\frac{1}{2}\,;-1)$ $\qquad$ $\mathrm{L}(\frac{2-5}{2}\,;\frac{1-1}{2}) = \mathrm{L}(-\frac{3}{2}\,;0)$

3) $$\overrightarrow{\mathrm{IJ}} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2}+\frac{7}{2} \\ -2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{\mathrm{IK}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}+\frac{7}{2} \\ -1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{IL}} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2}+\frac{7}{2} \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Les égalités $\overrightarrow{\mathrm{IJ}} = 3\,\overrightarrow{\mathrm{IL}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{IK}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{IL}}$ prouvent que les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{IJ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{IK}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{IL}}$ sont colinéaires et donc que les points I, J, K et L sont alignés.