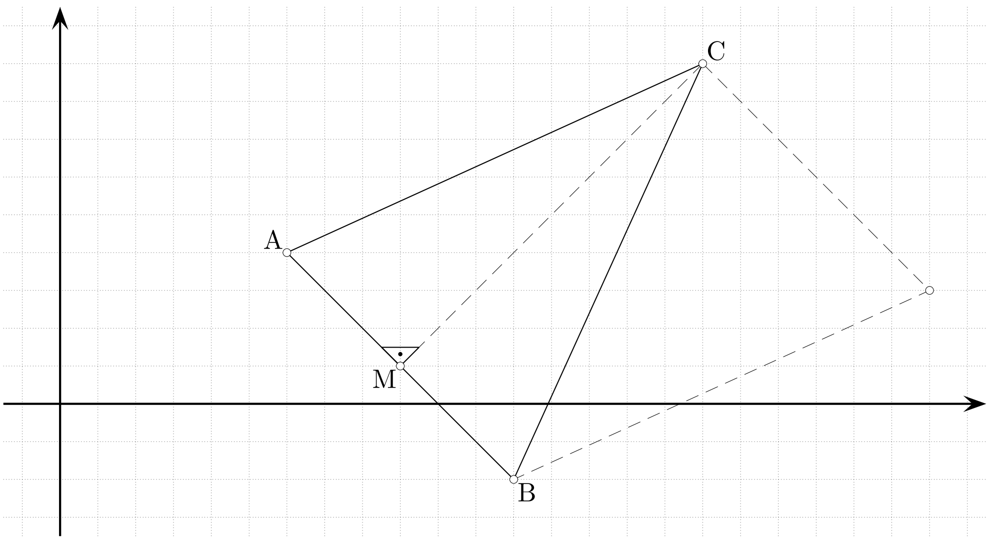
11.6



1) $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 17-6 \\ 9-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{11^2+5^2} = \sqrt{146}$

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 17-12 \\ 9-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix} \qquad \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{5^2+11^2} = \sqrt{146}$

Puisque les côtés AC et BC ont même longueur, le triangle ABC est isocèle en C.

2) (a) Le milieu des points A et B est $M\left(\frac{6+12}{2}\,;\frac{4+(-2)}{2}\right) = M(9\,;1)$

Calculons la longueur de la base AB :

$\|\overrightarrow{AB}\| = \left\|\begin{pmatrix} 12-6 \\ -2-4 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}\right\| = \left\|6\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right\| = 6\left\|\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right\| =$

$= 6\sqrt{1^2+(-1)^2} = 6\sqrt{2}$

Calculons la longueur de la hauteur MC :

$\|\overrightarrow{MC}\| = \left\|\begin{pmatrix} 17-9 \\ 9-1 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}\right\| = \left\|8\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\| = 8\left\|\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\| =$

$= 8\sqrt{1^2+1^2} = 8\sqrt{2}$

Finalement, l'aire du triangle ABC vaut $\frac{6\sqrt{2}\cdot 8\sqrt{2}}{2} = \frac{48\cdot 2}{2} = 48$.

(b) L'aire du triangle ABC vaut la moitié de l'aire du parallélogramme formé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Celle-ci est donnée, au signe près, par leur déterminant :

$\begin{vmatrix} 6 & 11 \\ -6 & 5 \end{vmatrix} = 6\cdot 5 - (-6)\cdot 11 = 30 + 66 = 96$

Ainsi l'aire du triangle ABC vaut $\frac{96}{2} = 48$.