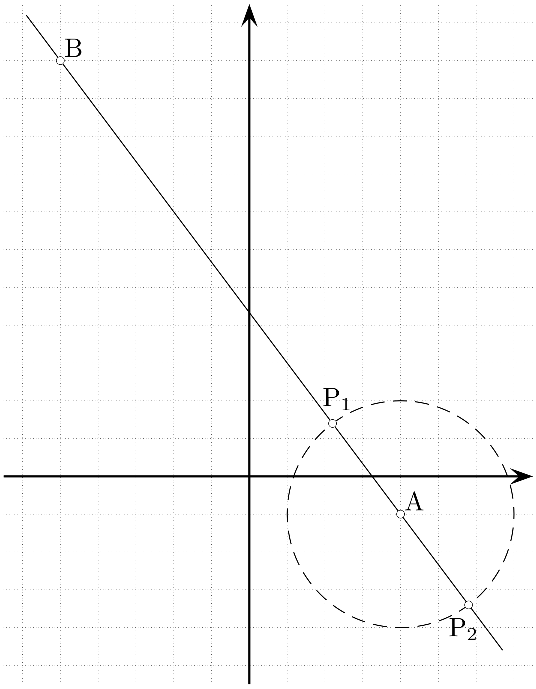
11.8



Soit $\mathrm{P}(p_1\,;p_2)$ un point situé sur la droite AB à une distance 3 du point A.

Comme le point P se situe sur la droite AB, le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$. On a donc :

$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \lambda\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \lambda\begin{pmatrix}-5-4\\11-(-1)\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}-9\\12\end{pmatrix} = 3\,\lambda\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$

Par ailleurs, le point P étant à une distance 3 du point A, on doit avoir :

$3 = \|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\| = \left\|3\,\lambda\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}\right\| = 3\,|\lambda|\,\left\|\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}\right\| = 3\,|\lambda|\,\sqrt{(-3)^2+4^2} = 15\,|\lambda|$

Par conséquent, $|\lambda| = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ d'où l'on déduit $\lambda = \frac{1}{5}$ ou $\lambda = -\frac{1}{5}$.

1) Si $\lambda = \frac{1}{5}$, alors $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \frac{1}{5}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}-9\\12\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{9}{5}\\\frac{12}{5}\end{pmatrix}$

   Ainsi $\begin{pmatrix}-\frac{9}{5}\\\frac{12}{5}\end{pmatrix} = \overrightarrow{\mathrm{AP}} = \begin{pmatrix}p_1-4\\p_2-(-1)\end{pmatrix}$ d'où l'on conclut :

   $\begin{cases}p_1 = -\frac{9}{5}+4 = \frac{11}{5}\\p_2 = \frac{12}{5}-1 = \frac{7}{5}\end{cases}$ c'est-à-dire $\mathrm{P}(\frac{11}{5}\,;\frac{7}{5})$

2) Si $\lambda = -\frac{1}{5}$, alors $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = -\frac{1}{5}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} = -\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-9\\12\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{9}{5}\\-\frac{12}{5}\end{pmatrix}$

   Par suite $\begin{pmatrix}\frac{9}{5}\\-\frac{12}{5}\end{pmatrix} = \overrightarrow{\mathrm{AP}} = \begin{pmatrix}p_1-4\\p_2-(-1)\end{pmatrix}$ d'où l'on tire :

   $\begin{cases}p_1 = \frac{9}{5}+4 = \frac{29}{5}\\p_2 = -\frac{12}{5}-1 = -\frac{17}{5}\end{cases}$ c'est-à-dire $\mathrm{P}(\frac{29}{5}\,;-\frac{17}{5})$