

11.9

1) Puisque le point P se situe sur l'axe Ox, il est de la forme $P(x; 0; 0)$.

$$\|\overrightarrow{AP}\| = \left\| \begin{pmatrix} x-4 \\ -5 \\ -8 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(x-4)^2 + (-5)^2 + (-8)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 105}$$

$$\|\overrightarrow{BP}\| = \left\| \begin{pmatrix} x-3 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(x-3)^2 + 11^2 + 5^2} = \sqrt{x^2 - 6x + 155}$$

L'égalité $\|\overrightarrow{AP}\| = \|\overrightarrow{BP}\|$ implique $\|\overrightarrow{AP}\|^2 = \|\overrightarrow{BP}\|^2$, si bien que :

$$x^2 - 8x + 105 = x^2 - 6x + 155$$

$$-2x - 50 = 0 \text{ d'où l'on déduit } x = -25$$

En conclusion, le point recherché est $P(-25; 0; 0)$.

2) Vu que le point Q appartient à l'axe Oy, il est de la forme $Q(0; y; 0)$.

$$\|\overrightarrow{AQ}\| = \left\| \begin{pmatrix} -4 \\ y-5 \\ -8 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(-4)^2 + (y-5)^2 + (-8)^2} = \sqrt{y^2 - 10y + 105}$$

$$\|\overrightarrow{BQ}\| = \left\| \begin{pmatrix} -3 \\ y-11 \\ -5 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(-3)^2 + (y-11)^2 + (-5)^2} = \sqrt{y^2 - 22y + 155}$$

La condition $\|\overrightarrow{AQ}\| = 2 \|\overrightarrow{BQ}\|$ implique $\|\overrightarrow{AQ}\|^2 = 4 \|\overrightarrow{BQ}\|^2$, de sorte que :

$$y^2 - 10y + 105 = 4(y^2 - 22y + 155)$$

$$0 = 3y^2 - 78y + 515$$

$$\text{Mais } \Delta = (-78)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 515 = -96 < 0.$$

C'est pourquoi il n'y a pas de solution possible.