12.2 1) $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = \vec{a}\cdot(\vec{a}-\vec{b})-\vec{b}\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = \vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b} = \|\vec{a}\|^2-2\,\vec{a}\cdot\vec{b}+\|\vec{b}\|^2$

2) Par ailleurs, $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = \|\vec{a}-\vec{b}\|^2$, si bien que l'on a l'égalité :

$\|\vec{a}-\vec{b}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 - 2\,\vec{a}\cdot\vec{b} + \|\vec{b}\|^2$ d'où l'on déduit

$2\,\vec{a}\cdot\vec{b} = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - \|\vec{a}-\vec{b}\|^2$ et finalement

$\vec{a}\cdot\vec{b} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - \|\vec{a}-\vec{b}\|^2\right)$

3) Toute rotation préserve les longueurs. En particulier, elle laisse inchangées les normes $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$ et $\|\vec{a}-\vec{b}\|$. C'est pourquoi, elle ne modifie nullement le produit scalaire.