

12.7

1) Supposons $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Si φ désigne l'angle entre les vecteurs \vec{a} et \vec{b} , alors $\varphi = 90^\circ$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos(90^\circ) = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cdot 0 = 0$$

2) Supposons $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Si $\vec{a} = \vec{0}$ ou $\vec{b} = \vec{0}$, on acceptera par convention que les vecteurs \vec{a} et \vec{b} sont perpendiculaires.

Supposons donc $\vec{a} \neq \vec{0}$ et $\vec{b} \neq \vec{0}$. Par conséquent $\|\vec{a}\| > 0$ et $\|\vec{b}\| > 0$.

$0 = \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos(\varphi)$ (où φ désigne l'angle entre les vecteurs \vec{a} et \vec{b}) implique donc $\cos(\varphi) = 0$.

Il en résulte $\varphi = 90^\circ$ ou $\varphi = 270^\circ$, à savoir que les vecteurs \vec{a} et \vec{b} sont perpendiculaires.