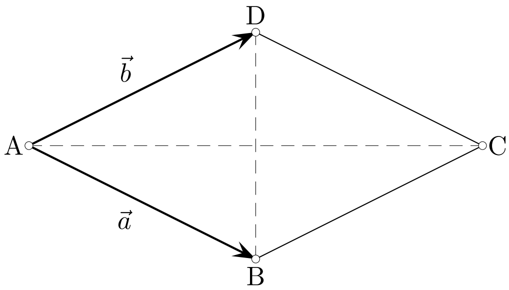
12.12



On remarque que les vecteurs

$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{AD}} = \overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{BC}} = \overrightarrow{\text{AC}}$

$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{AD}} = \overrightarrow{\text{DA}} + \overrightarrow{\text{AB}} = \overrightarrow{\text{DB}}$

représentent les diagonales du losange ABCD.

Il s'agit donc de montrer que les vecteurs $\vec{a} + \vec{b}$ et $\vec{a} - \vec{b}$ sont perpendiculaires.

$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\|^2 - \|\vec{b}\|^2 = 0$

étant donné que les côtés d'un losange sont isométriques.