12.13 1) Montrons que tous les côtés du quadrilatère ABCD sont isométriques.

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \left\|\begin{pmatrix} 3-5 \\ 1+8 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{(-2)^2+9^2} = \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \left\|\begin{pmatrix} -4-3 \\ 7-1 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{(-7)^2+6^2} = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$$

$$\|\overrightarrow{CD}\| = \left\|\begin{pmatrix} -2+4 \\ -2-7 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 2 \\ -9 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{2^2+(-9)^2} = \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$$

$$\|\overrightarrow{AD}\| = \left\|\begin{pmatrix} -2-5 \\ -2+8 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{(-7)^2+6^2} = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$$

2) Montrons que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -2+4 \\ -2-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -9 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4-5 \\ 7+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 15 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -2-3 \\ -2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -9 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = 45 - 45 = 0$$