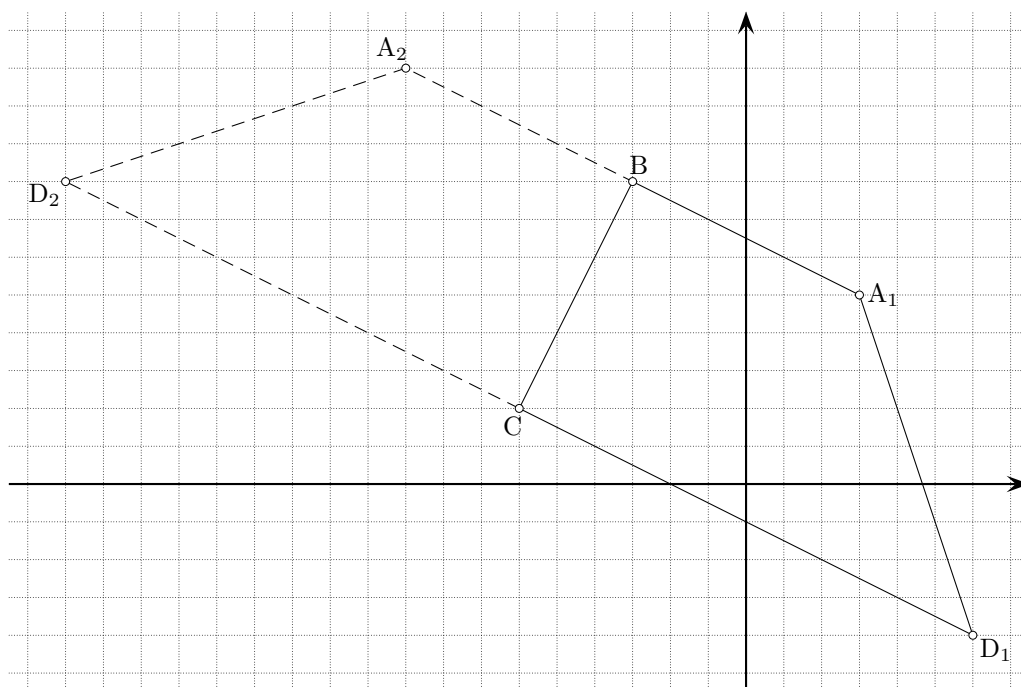


12.19



$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -6+3 \\ 2-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \left\| \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix} \right\| = \left\| -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = |-3| \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = 3\sqrt{1^2+2^2} = 3\sqrt{5}$$

1) Étant donné que $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$, il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{AB} = \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$.

$$\text{En outre } 3\sqrt{5} = \|\overrightarrow{AB}\| = \left\| \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} \right\| = \left\| 3\lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = 3|\lambda| \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = 3|\lambda| \sqrt{2^2+(-1)^2} = 3|\lambda| \sqrt{5}, \text{ de sorte que } |\lambda| = 1.$$

$$(a) \text{ Si } \lambda = 1, \text{ alors } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-a_1 \\ 8-a_2 \end{pmatrix}.$$

Par suite, $a_1 = -9$ et $a_2 = 11$, donc $A(-9; 11)$.

$$(b) \text{ Si } \lambda = -1, \text{ alors } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-a_1 \\ 8-a_2 \end{pmatrix}.$$

Dès lors, $a_1 = 3$ et $a_2 = 5$, c'est-à-dire $A(3; 5)$.

2) Puisque $\overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{BC}$, il existe $\mu \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{CD} = \mu \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$.

$$\text{Or } \|\overrightarrow{CD}\| = 2\|\overrightarrow{BC}\| = 2 \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{CD}\| &= \left\| \mu \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} \right\| = \left\| 3\mu \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = 3|\mu| \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = \\ &= 3|\mu| \sqrt{2^2+(-1)^2} = 3|\mu| \sqrt{5} \end{aligned}$$

L'égalité $\|\overrightarrow{CD}\| = 6\sqrt{5} = 3|\mu| \sqrt{5}$ implique $|\mu| = 2$.

(a) Si $\mu = 2$, alors $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 + 6 \\ d_2 - 2 \end{pmatrix}$.

En conséquence, $d_1 = 6$ et $d_2 = -4$, d'où $D(6; -4)$.

(b) Si $\mu = -2$, alors $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -12 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 + 6 \\ d_2 - 2 \end{pmatrix}$.

Il en ressort $d_1 = -18$ et $d_2 = 8$, c'est-à-dire $D(-18; 8)$.