**13.5** On utilise les conventions usuelles $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$.

1) $$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2\,b_3 - a_3\,b_2 \\ a_3\,b_1 - a_1\,b_3 \\ a_1\,b_2 - a_2\,b_1 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} a_3\,b_2 - a_2\,b_3 \\ a_1\,b_3 - a_3\,b_1 \\ a_2\,b_1 - a_1\,b_2 \end{pmatrix} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

2) $$(\lambda\,\vec{a}) \times \vec{b} = \begin{pmatrix} \lambda\,a_1 \\ \lambda\,a_2 \\ \lambda\,a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda\,a_2\,b_3 - \lambda\,a_3\,b_2 \\ \lambda\,a_3\,b_1 - \lambda\,a_1\,b_3 \\ \lambda\,a_1\,b_2 - \lambda\,a_2\,b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda\,(a_2\,b_3 - a_3\,b_2) \\ \lambda\,(a_3\,b_1 - a_1\,b_3) \\ \lambda\,(a_1\,b_2 - a_2\,b_1) \end{pmatrix}$$

$$= \lambda \begin{pmatrix} a_2\,b_3 - a_3\,b_2 \\ a_3\,b_1 - a_1\,b_3 \\ a_1\,b_2 - a_2\,b_1 \end{pmatrix} = \lambda\,(\vec{a} \times \vec{b})$$

3) $$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ b_3 + c_3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_2\,(b_3 + c_3) - a_3\,(b_2 + c_2) \\ a_3\,(b_1 + c_1) - a_1\,(b_3 + c_3) \\ a_1\,(b_2 + c_2) - a_2\,(b_1 + c_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2\,b_3 - a_3\,b_2 + a_2\,c_3 - a_3\,c_2 \\ a_3\,b_1 - a_1\,b_3 + a_3\,c_1 - a_1\,c_3 \\ a_1\,b_2 - a_2\,b_1 + a_1\,c_2 - a_2\,c_1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_2\,b_3 - a_3\,b_2 \\ a_3\,b_1 - a_1\,b_3 \\ a_1\,b_2 - a_2\,b_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2\,c_3 - a_3\,c_2 \\ a_3\,c_1 - a_1\,c_3 \\ a_1\,c_2 - a_2\,c_1 \end{pmatrix} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$