

13.12 1) Calcul de l'aire du triangle ABC :

$$\begin{aligned}\text{aire ABC} &= \frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} -14 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix} \right\| = \\ &= \frac{1}{2} \left\| 2 \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{2} |2| \left\| \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{(-7)^2 + 6^2 + 6^2} = \\ &= \sqrt{121} = 11\end{aligned}$$

2) Calcul de la longueur de la base BC :

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{6^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{61}$$

3) Calcul de la longueur de la hauteur issue de A :

Si h_A désigne la longueur de la hauteur issue de A, on a :

$$\frac{1}{2} \sqrt{61} h_A = 11 \quad \text{d'où l'on tire} \quad h_A = \frac{22}{\sqrt{61}} = \frac{22\sqrt{61}}{61}$$