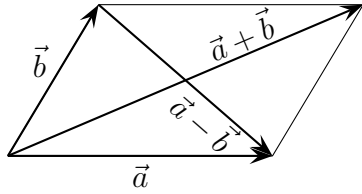


13.16



Les diagonales du parallélogramme correspondent aux vecteurs $\vec{a} + \vec{b}$ et $\vec{a} - \vec{b}$.

L'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec{a} + \vec{b}$ et $\vec{a} - \vec{b}$ vaut :

$$\begin{aligned} \|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})\| &= \|\vec{a} \times \vec{a} - \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a} - \vec{b} \times \vec{b}\| = \|\vec{0} - \vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b} - \vec{0}\| = \\ &= \|-2(\vec{a} \times \vec{b})\| = |-2| \|\vec{a} \times \vec{b}\| = 2 \|\vec{a} \times \vec{b}\| \end{aligned}$$

Vu que $\|\vec{a} \times \vec{b}\|$ est égal à l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs \vec{a} et \vec{b} , la proposition de l'énoncé a été démontrée.