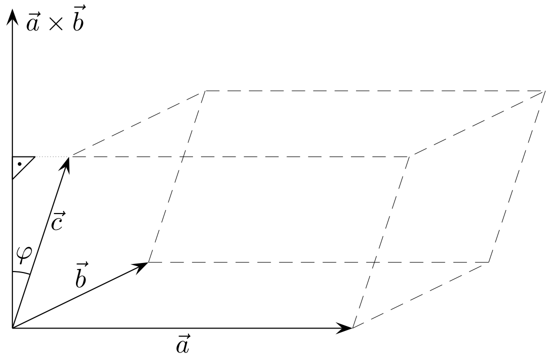
14.2



Au vu de l'exercice 12.3, on a : $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \|\vec{a} \times \vec{b}\| \, \|\vec{c}\| \, \cos(\varphi)$.

L'exercice 13.9 affirme que $\|\vec{a}\times\vec{b}\|$ est égal à l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, c'est-à-dire à la base de ce parallélépipède.

Comme le vecteur $\vec{a} \times \vec{b}$ est perpendiculaire au plan défini par les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, le nombre $\|\vec{c}\| \, \cos(\varphi)$ correspond, au signe près, à la hauteur de ce parallélogramme. En effet, $\cos(\varphi) < 0$ si $90^\circ < \varphi \leqslant 180^\circ$.

En résumé, le produit mixte des vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ vaut le produit de l'aire de la base, à savoir le parallélogramme construit sur $\vec{a}$ et $\vec{b}$, et de la hauteur, au signe près, du parallélépipède construit sur $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$. Cette multiplication délivre donc bien, au signe près, le volume du parallélépipède construit sur $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.