

14.6 Puisque le point D se situe sur l'axe OE_2 , ses coordonnées sont de la forme $D(0; y; 0)$.

Calculons le volume du tétraèdre ABCD :

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -2 \\ y-1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & y-1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -2 + 8 + 0 - 8 - 4y + 4 - 0 = 2 - 4y$$

Comme le volume du tétraèdre vaut 5, on doit avoir :

$$5 = \frac{1}{6} |2 - 4y| \quad \text{c'est-à-dire} \quad 30 = |2 - 4y| \quad \text{ou encore} \quad \pm 30 = 2 - 4y.$$

1) Si $30 = 2 - 4y$, alors $y = -7$, d'où $D(0; -7; 0)$.

2) Si $-30 = 2 - 4y$, alors $y = 8$, donc $D(0; 8; 0)$.