16.6 1) La première équation $a - b = 1$ correspond à l'équation $\cos(x) - \sin(x) = 1$.
La seconde équation $a^2 + b^2 = 1$ traduit la formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

2) La première équation donne $b = a - 1$ que l'on remplace dans la seconde :
$1 = a^2 + b^2 = a^2 + (a-1)^2 = a^2 + (a^2 - 2\,a + 1) = 2\,a^2 - 2\,a + 1.$
On en tire $0 = 2\,a^2 - 2\,a = 2\,a\,(a-1)$.

(a) Si $a = 1$, alors $b = 1 - 1 = 0$.

(b) Si $a = 0$, alors $b = 0 - 1 = -1$.

En résumé, ce système admet pour solutions $\mathrm{S} = \{(1\,;0)\,;(0\,;-1)\}$.

3) L'équation $\cos(x) - \sin(x) = 1$ se ramène ainsi à deux possibilités :

(a) $\begin{cases} \cos(x) = 1 \\ \sin(x) = 0 \end{cases}$

L'examen du cercle trigonométrique conduit à $x = 2\,k\,\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.

(b) $\begin{cases} \cos(x) = 0 \\ \sin(x) = -1 \end{cases}$

La considération du cercle trigonométrique conclut à $x = -\frac{\pi}{2} + 2\,k\,\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.

En résumé, l'équation $\cos(x) - \sin(x) = 1$ admet pour solutions :

$$\begin{cases} x_1 = 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$