3.5 Soit n le nombre de sommets du graphe G.

1) $\Rightarrow$ 2) En supprimant l'une des arêtes de l'unique cycle de G, on obtient un graphe qui devient acyclique, mais demeure connexe. On obtient donc un arbre, qui doit avoir $n-1$ arêtes.

C'est pourquoi G possède $(n-1)+1=n$ arêtes : le nombre de sommets est ainsi égal au nombre d'arêtes.

2) $\Rightarrow$ 3) Si la suppression de toute arête de G le déconnectait, alors G serait un arbre et ne devrait posséder que $n-1$ arêtes (au lieu de n arêtes).

Il existe donc une arête e de G dont la suppression laisse $\mathrm{G}-e$ connexe.

Le graphe $\mathrm{G}-e$ étant connexe et possédant $n-1$ arêtes, c'est un arbre.

3) $\Rightarrow$ 1) $\mathrm{G}-e$ est un graphe connexe est acyclique. L'ajout de l'arête e le laisse connexe, mais crée un cycle.