

- 5.5** 1) Dans un cycle hamiltonien, tous les sommets sont de degré 2.

L'application du lemme des poignées de mains donne :

$$2|E| = \sum_{x \in V} \deg(x) = \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n \text{ fois}} = 2n$$

Il en résulte $|E| = n$, c'est-à-dire que le nombre d'arêtes d'un cycle hamiltonien (ou si l'on préfère sa longueur) est égal au nombre de sommets.

- 2) On vient de montrer qu'un cycle hamiltonien est un graphe connexe où le nombre de sommets est égal au nombre d'arêtes.

On reconnaît ici la condition 2) de l'énoncé de l'exercice 3.5.

Vu les équivalences entre les trois conditions de cet exercice, la condition 1) est également vérifiée : un cycle hamiltonien ne possède qu'un seul cycle : en d'autres termes, il ne contient aucun sous-cycle.