

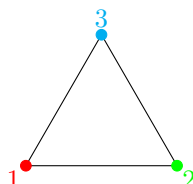
6.1

- 1) Les deux sommets du graphe K_2 doivent être de couleur différente, vu qu'ils sont reliés.



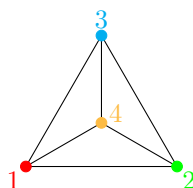
$$\chi(K_2) = 2$$

- 2) Comme précédemment, les deux premiers sommets doivent être de couleur distincte. Puisque le troisième sommet est relié aux deux premiers, il doit utiliser encore une troisième couleur différente.



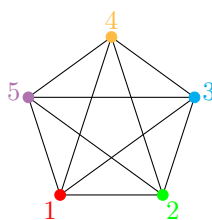
$$\chi(K_3) = 3$$

- 3) De même qu'auparavant, les trois premiers sommets nécessitent trois couleurs. Le quatrième sommet impose l'usage d'une quatrième couleur distincte des couleurs des trois sommets auxquels il est relié.



$$\chi(K_4) = 4$$

- 4) On poursuit le même raisonnement : les quatre premiers sommets requièrent quatre couleurs. L'ajout du cinquième sommet introduit une cinquième couleur, distincte des couleurs des quatre autres sommets auxquels il est connecté.



$$\chi(K_5) = 5$$

- 5) Plus généralement, $\chi(K_n) = n$.

En effet, tout sommet doit utiliser une couleur différente des $n - 1$ sommets auxquels il est relié.

Autre argument : si l'on utilisait moins de n couleurs, alors il y aurait au moins deux des n sommets de couleur identique. Mais, ces deux sommets de couleur identique étant reliés par une arête, on cesserait d'avoir un coloriage.