6.19 Commençons par factoriser le polynôme chromatique :
$\lambda^5 - 6\,\lambda^4 + 11\,\lambda^3 - 6\,\lambda^2 = \lambda^2\,(\lambda^3 - 6\,\lambda^2 + 11\,\lambda - 6)$

Il reste à factoriser $\mathrm{P}(\lambda) = \lambda^3 - 6\,\lambda^2 + 11\,\lambda - 6$ dont les solutions entières possibles sont $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$\mathrm{P}(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 6 = 0$

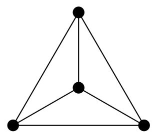
Utilisons à présent le schéma de Horner :

$$\begin{array}{rrr|r} 1 & -6 & 11 & -6 \\ & 1 & -5 & 6 \\ \hline 1 & -5 & 6 \| & 0 \end{array}$$

Nous pouvons dès lors terminer la factorisation du polynôme chromatique :

$$\begin{aligned} \lambda^5 - 6\,\lambda^4 + 11\,\lambda^3 - 6\,\lambda^2 &= \lambda^2\,(\lambda^3 - 6\,\lambda^2 + 11\,\lambda - 6) \\ &= \lambda^2\,(\lambda - 1)\,(\lambda^2 - 5\,\lambda + 6) \\ &= \lambda^2\,(\lambda - 1)\,(\lambda - 2)\,(\lambda - 3) \end{aligned}$$

Le polynôme chromatique $\lambda\,(\lambda-1)\,(\lambda-2)\,(\lambda-3)$ correspond au graphe complet à quatre sommets K_4 :



Pour obtenir le polynôme chromatique $\lambda \cdot \lambda\,(\lambda - 1)\,(\lambda - 2)\,(\lambda - 3)$, il suffit d'ajouter un sommet isolé des autres, afin qu'il n'y ait aucune contrainte sur la couleur du sommet ajouté :