6.20 Appliquons le théorème de Birkhoff pour les deux polynômes proposés.

1) Le terme constant du polynôme $\lambda^7 - \lambda^6 + 1$ n'est pas nul : ce ne saurait donc être le polynôme chromatique d'un graphe.

2) $\lambda^4 - 3\,\lambda^3 + \lambda^2 - \lambda = \lambda\,(\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + \lambda - 1)$ devrait être le polynôme chromatique d'un graphe simple à 4 sommets et 3 arêtes.

   Vu qu'on ne peut mettre en évidence λ qu'à la puissance 1, il n'y a qu'une seule composante connexe.
   [S'il y avait 2 (ou 3, 4, 5, ...) composantes connexes, alors l'on pourrait mettre en évidence λ à la puissance 2 (ou 3, 4, 5, ...).]

   Si l'on a affaire à un graphe connexe ayant 4 sommets et $3 = 4 - 1$ arêtes, il ne peut s'agir que d'un arbre, en vertu du théorème de la page 3.5.
   Mais, dans ce cas, son polynôme chromatique devrait être :
   $\lambda\,(\lambda - 1)^3 = \lambda\,(\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 3\,\lambda - 1) \neq \lambda\,(\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + \lambda - 1)$