

2 Nombres complexes — Résolution d'équations

2.1 Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $iz + 2(z - i) = 0$ | 2) $(4 + i)z = 3 - z$ |
| 3) $5z = 8iz + (81 - 5i)$ | 4) $(2 + i)z - (5 + 2i) = 8 - 3i$ |
| 5) $(1 + 2i)z = (5 - i)z + (7 + 26i)$ | 6) $(z + 5i)(4 + 2i) - (z + 2)(4 + 2i) = 24 + 2i$ |
| 7) $\frac{2}{z - i} = 1 - i$ | 8) $\frac{iz + 1}{z - i} = 2$ |

2.2 Résoudre dans $\mathbb{C}$:

- | | | |
|---------------|-----------------|----------------|
| 1) $z^2 = 25$ | 2) $z^2 = -169$ | 3) $z^2 = -20$ |
|---------------|-----------------|----------------|

2.3 Résoudre dans $\mathbb{C}$:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) $(z - 3)^2 = -64$ | 2) $(2z - 5)^2 = -25$ |
| 3) $z^2 + 6z + 25 = 0$ | 4) $z^2 - 8z + 32 = 0$ |
| 5) $2z^2 + 10z + 13 = 0$ | 6) $16z^2 - 16z + 29 = 0$ |

2.4 Déterminer les racines carrées de :

- | | | | |
|--------------|--------------|---------------|---------------|
| 1) $15 - 8i$ | 2) $-8 - 6i$ | 3) $24 + 10i$ | 4) $-7 + 24i$ |
| 5) $3 + 4i$ | 6) i | 7) $-i$ | 8) -4 |

2.5 Résoudre dans $\mathbb{C}$:

- | | |
|---|---|
| 1) $z^2 - 4z + 8 = 0$ | 2) $z^2 - 6z + 34 = 0$ |
| 3) $z^2 = -32 + 24i$ | 4) $z^2 - 3z + 4 = 0$ |
| 5) $(1 + i)z^2 + (i - 6)z + (2 - 3i) = 0$ | 6) $2iz^2 + 3(1 + i)z + (3 - i) = 0$ |
| 7) $z^2 - (1 + 12i)z - (13 + 9i) = 0$ | 8) $(i - 3)z^2 + (7 - 11i)z + (4 + 6i) = 0$ |

2.6 Résoudre dans $\mathbb{C}$:

- | | |
|------------------|--|
| 1) $z^4 - 9 = 0$ | 2) $z^4 + z^2 - 6 = 0$ |
| 3) $z^3 = 8$ | 4) $z^4 + 2(2i - 1)z^2 - (3 - 4i) = 0$ |

2.7 Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $\mathbb{C}$, les équations suivantes :

- | | |
|-------------------------------|------------------------|
| 1) $x^4 + 1 = 0$ | 2) $x^4 - x^2 - 1 = 0$ |
| 3) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20 = 0$ | 4) $x^3 + x - 2 = 0$ |
| 5) $x^3 = -1$ | 6) $x^5 = x^2$ |

Réponses

2.1 1) $S = \{\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i\}$ 2) $S = \{\frac{15}{26} - \frac{3}{26}i\}$ 3) $S = \{5 + 7i\}$ 4) $S = \{5 - 3i\}$
5) $S = \{2 - 5i\}$ 6) $S = \emptyset$ 7) $S = \{1 + 2i\}$ 8) $S = \emptyset$

2.2 1) $S = \{5; -5\}$ 2) $S = \{13i; -13i\}$ 3) $S = \{2\sqrt{5}i; -2\sqrt{5}i\}$

2.3 1) $S = \{3 + 8i; 3 - 8i\}$ 2) $S = \{\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i; \frac{5}{2} - \frac{5}{2}i\}$
3) $S = \{-3 + 4i; -3 - 4i\}$ 4) $S = \{4 + 4i; 4 - 4i\}$
5) $S = \{-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i; -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i\}$ 6) $S = \{\frac{1}{2} + \frac{5}{4}i; \frac{1}{2} - \frac{5}{4}i\}$

2.4 1) $4 - i$ et $-4 + i$ 2) $1 - 3i$ et $-1 + 3i$
3) $5 + i$ et $-5 - i$ 4) $3 + 4i$ et $-3 - 4i$
5) $2 + i$ et $-2 - i$ 6) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ et $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
7) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ et $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ 8) $2i$ et $-2i$

2.5 1) $S = \{2 + 2i; 2 - 2i\}$ 2) $S = \{3 + 5i; 3 - 5i\}$
3) $S = \{2 + 6i; -2 - 6i\}$ 4) $S = \{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i; \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i\}$
5) $S = \{2 - 3i; \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\}$ 6) $S = \{i; -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\}$
7) $S = \{-1 + i; 2 + 11i\}$ 8) $S = \{3 - 2i; \frac{1}{5} - \frac{3}{5}i\}$

2.6 1) $S = \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}; \sqrt{3}i; -\sqrt{3}i\}$ 2) $S = \{\sqrt{2}; -\sqrt{2}; \sqrt{3}i; -\sqrt{3}i\}$
3) $S = \{2; -1 + \sqrt{3}i; -1 - \sqrt{3}i\}$ 4) $S = \{i; -i; 2 - i; -2 + i\}$

2.7 Solutions réelles :

1) $S = \emptyset$ 2) $S = \{\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}; -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\}$
3) $S = \{5\}$ 4) $S = \{1\}$
5) $S = \{-1\}$ 6) $S = \{0; 1\}$

Solutions complexes :

1) $S = \{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\}$
2) $S = \{\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}; -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}; \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}i; -\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}i\}$
3) $S = \{5; 2i; -2i\}$ 4) $S = \{1; -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i\}$
5) $S = \{-1; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\}$ 6) $S = \{0; 1; -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\}$