2.1 1) $i\,z + 2\,(z - i) = 0$

$(2 + i)\,z - 2\,i = 0$

$z = \dfrac{2\,i}{2 + i} = \dfrac{2\,i\,(2 - i)}{(2 + i)\,(2 - i)} = \dfrac{4\,i - 2\,i^2}{4 - 2\,i + 2\,i - i^2} = \dfrac{2 + 4\,i}{5} = \dfrac{2}{5} + \dfrac{4}{5}\,i$

2) $(4 + i)\,z = 3 - z$

$(4 + i)\,z + z = 3$

$(5 + i)\,z = 3$

$z = \dfrac{3}{5 + i} = \dfrac{3\,(5 - i)}{(5 + i)\,(5 - i)} = \dfrac{15 - 3\,i}{25 - 5\,i + 5\,i - i^2} = \dfrac{15 - 3\,i}{26} = \dfrac{15}{26} - \dfrac{3}{26}\,i$

3) $5\,z = 8\,i\,z + (81 - 5\,i)$

$(5 - 8\,i)\,z = 81 - 5\,i$

$z = \dfrac{81 - 5\,i}{5 - 8\,i} = \dfrac{(81 - 5\,i)\,(5 + 8\,i)}{(5 - 8\,i)\,(5 + 8\,i)} = \dfrac{405 + 648\,i - 25\,i - 40\,i^2}{25 + 40\,i - 40\,i - 64\,i^2} = \dfrac{445 + 623\,i}{89} =$

$\dfrac{445}{89} + \dfrac{623}{89}\,i = 5 + 7\,i$

4) $(2 + i)\,z - (5 + 2\,i) = 8 - 3\,i$

$(2 + i)\,z = 8 - 3\,i + 5 + 2\,i = 13 - i$

$z = \dfrac{13 - i}{2 + i} = \dfrac{(13 - i)\,(2 - i)}{(2 + i)\,(2 - i)} = \dfrac{26 - 13\,i - 2\,i + i^2}{4 - 2\,i + 2\,i - i^2} = \dfrac{25 - 15\,i}{5} = 5 - 3\,i$

5) $(1 + 2\,i)\,z = (5 - i)\,z + (7 + 26\,i)$

$\big((1 + 2\,i) - (5 - i)\big)\,z = (-4 + 3\,i)\,z = 7 + 26\,i$

$z = \dfrac{7 + 26\,i}{-4 + 3\,i} = \dfrac{(7 + 26\,i)\,(-4 - 3\,i)}{(-4 + 3\,i)\,(-4 - 3\,i)} = \dfrac{-28 - 21\,i - 104\,i - 78\,i^2}{16 + 12\,i - 12\,i - 9\,i^2} =$

$\dfrac{50 - 125\,i}{25} = \dfrac{50}{25} - \dfrac{125}{25}\,i = 2 - 5\,i$

6) $(z + 5\,i)\,(4 + 2\,i) - (z + 2)\,(4 + 2\,i) = 24 + 2\,i$

$(4 + 2\,i)\,z + 5\,i\,(4 + 2\,i) - (4 + 2\,i)\,z - 2\,(4 + 2\,i) - 24 - 2\,i = 0$

$0\,z + 20\,i + 10\,i^2 - 8 - 4\,i - 24 - 2\,i = -42 + 14\,i = 0$

Cette dernière égalité est manifestement fausse, quel que soit $z \in \mathbb{C}$.

7) $\dfrac{2}{z - i} = 1 - i$

$2 = (z - i)\,(1 - i) = (1 - i)\,z - i\,(1 - i) = (1 - i)\,z - 1 - i$

$3 + i = (1 - i)\,z$

$z = \dfrac{3 + i}{1 - i} = \dfrac{(3 + i)\,(1 + i)}{(1 - i)\,(1 + i)} = \dfrac{3 + 3\,i + i + i^2}{1 + i - i - i^2} = \dfrac{2 + 4\,i}{2} = 1 + 2\,i$

8) $\dfrac{i\,z+1}{z-i}=2$

$i\,z+1=2\,(z-i)=2\,z-2\,i$

$(-2+i)\,z=-1-2\,i$

$z=\dfrac{-2+i}{-1-2\,i}=\dfrac{(-2+i)\,(-1+2\,i)}{(-1-2\,i)\,(-1+2\,i)}=\dfrac{2-4\,i-i+2\,i^2}{1-2\,i+2\,i-4\,i^2}=\dfrac{-5\,i}{5}=i$

Cependant $z=i$ doit être rejeté : dans ce cas, la fraction $\dfrac{i\,z+1}{z-i}$ entraîne une division par 0.