

3.6

- 1) Posons $x = X - \frac{-6}{3-1} = X + 2$.

En remplaçant x par $X + 2$ dans l'équation $x^3 - 6x^2 + 6x - 5 = 0$, on obtient :

$$\begin{aligned} (X+2)^3 - 6(X+2)^2 + 6(X+2) - 5 &= \\ (X^3 + 6X^2 + 12X + 8) - 6(X^2 + 4X + 4) + 6(X+2) - 5 &= \\ X^3 + 6X^2 + 12X + 8 - 6X^2 - 24X - 24 + 6X + 12 - 5 &= \\ X^3 - 6X - 9 &= 0 \end{aligned}$$

- 2) Résolvons l'équation $X^3 - 6X - 9 = 0$.

$$27q^2 + 4p^3 = 27 \cdot (-9)^2 + 4 \cdot (-6)^3 = 1323 > 0 \quad \frac{1323}{27} = 49 = 7^2$$

$$a = \sqrt[3]{-\frac{-9}{2} - \frac{1}{2} \cdot 7} = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$b = \sqrt[3]{-\frac{-9}{2} + \frac{1}{2} \cdot 7} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$X_1 = a + b = 1 + 2 = 3$$

$$X_2 = aj + bj^2 = 1 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + 2 \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$X_3 = \overline{X_2} = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

- 3) La formule de changement de variables $x = X + 2$ fournit les solutions de l'équation $x^3 - 6x^2 + 6x - 5 = 0$:

$$x_1 = X_1 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$x_2 = X_2 + 2 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i + 2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x_3 = X_3 + 2 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + 2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$