

### 3.8

- 1) On sait que si  $\alpha$  est un zéro entier du polynôme  $P(x) = x^3 + 4x^2 + 2x - 28$ , alors  $\alpha$  est un diviseur de 28. Les zéros entiers possibles sont donc  $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 7, \pm 14$  et  $\pm 28$ .

Un test rapide montre que  $P(2) = 2^3 + 4 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 28 = 8 + 16 + 4 - 28 = 0$ .

- 2) Pour déterminer le polynôme  $x^2 + ax + b$  tel que  $x^3 + 4x^2 + 2x - 28 = (x - 2)(x^2 + ax + b)$ , il suffit de diviser  $x^3 + 4x^2 + 2x - 28$  par  $x - 2$  à l'aide du schéma de Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & 2 & -28 \\ & & 2 & 12 & 28 \\ \hline & 1 & 6 & 14 & 0 \end{array}$$

Ainsi  $x^3 + 4x^2 + 2x - 28 = (x - 2)(x^2 + 6x + 14)$

- 3) Puisque l'on connaît déjà la solution  $x = 2$ , il reste à résoudre l'équation  $x^2 + 6x + 14 = 0$ .

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = -20 = 20i^2$$

$$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{20}i}{2 \cdot 1} = -\frac{6}{2} - \frac{2\sqrt{5}i}{2} = -3 - \sqrt{5}i$$

$$x_2 = \frac{-6 + \sqrt{20}i}{2 \cdot 1} = -\frac{6}{2} + \frac{2\sqrt{5}i}{2} = -3 + \sqrt{5}i$$

En définitive,  $S = \{2; -3 - \sqrt{5}i; -3 + \sqrt{5}i\}$ .