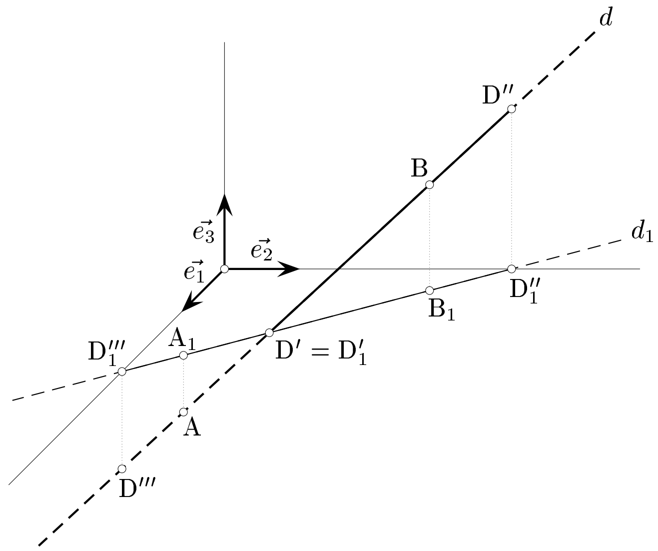
2 Droites

Représentation d'une droite

Les points d'intersection d'une droite d avec les plans de projection π_1, π_2 et π_3 s'appellent les **traces** de d, notées D$'$, D$''$ et D$'''$. Il est souvent important de pouvoir construire les traces d'une droite donnée par deux points quelconques.



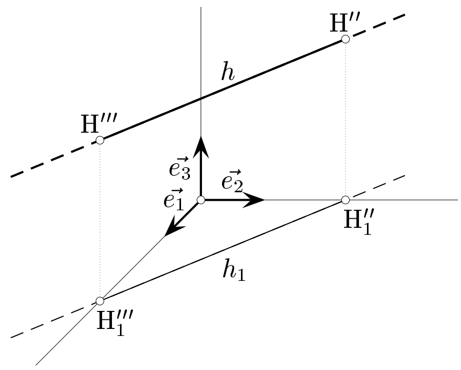
D$'$ = D$'_1$ est à l'intersection de d et d_1.

D$''_1$ est à l'intersection de d_1 avec la ligne de terre.

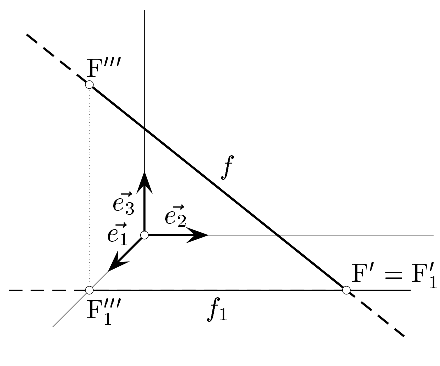
D$'''_1$ est à l'intersection de d_1 et de l'axe des abscisses.

Droites particulières

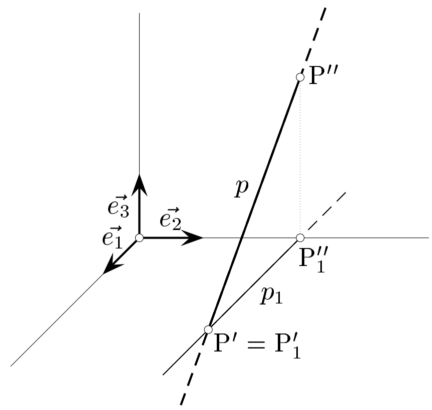
Une droite **horizontale** h est parallèle à π_1. Elle a la même direction que sa première projection h_1 et n'a pas de première trace. h_1 est en vraie grandeur.



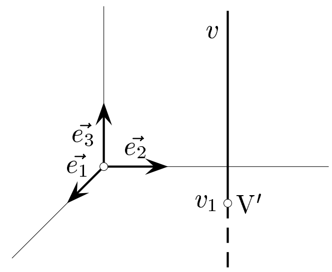
Une droite **frontale** f est parallèle à π_2. f_1 a la même direction que Oy et f n'a pas de deuxième trace. f est en vraie grandeur.



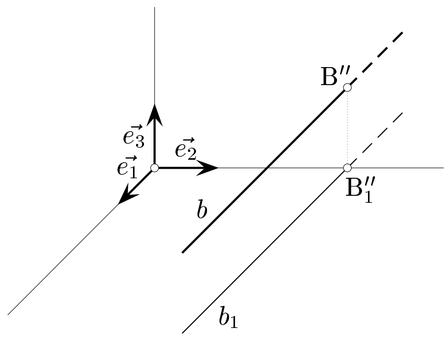
Une droite **de profil** p est parallèle à π_3. p_1 a la même direction que Ox et p n'a pas de troisième trace.



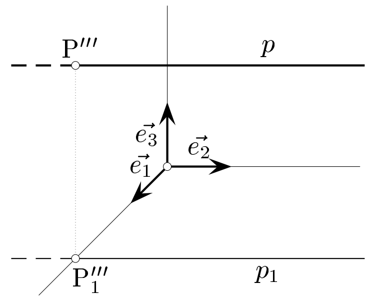
Une droite **verticale** v est perpendiculaire à π_1. Sa première projection v_1 est confondue avec sa première trace V$'$. Une droite verticale est à la fois frontale et de profil. Ainsi v est en vraie grandeur.



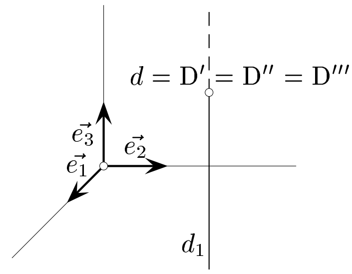
Une droite **de bout** b est perpendiculaire à π_2. b et b_1 sont parallèle à Ox. Une droite de bout est à la fois horizontale et de profil. Ainsi b est en vraie grandeur selon l'unité de Ox.



Une droite p perpendiculaire à π_3 est aussi dite **parallèle à la ligne de terre**. Une telle droite est à la fois horizontale et frontale. Ainsi p est en vraie grandeur.



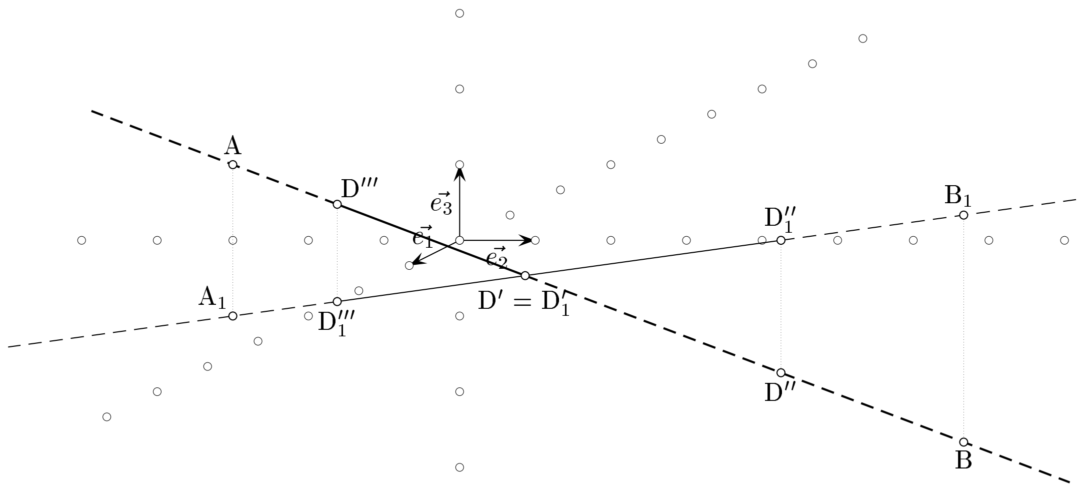
La représentation d'une droite d **parallèle au noyau** est telle que d se réduit à un point confondu avec ses trois traces et que d_1 est parallèle à Oz.



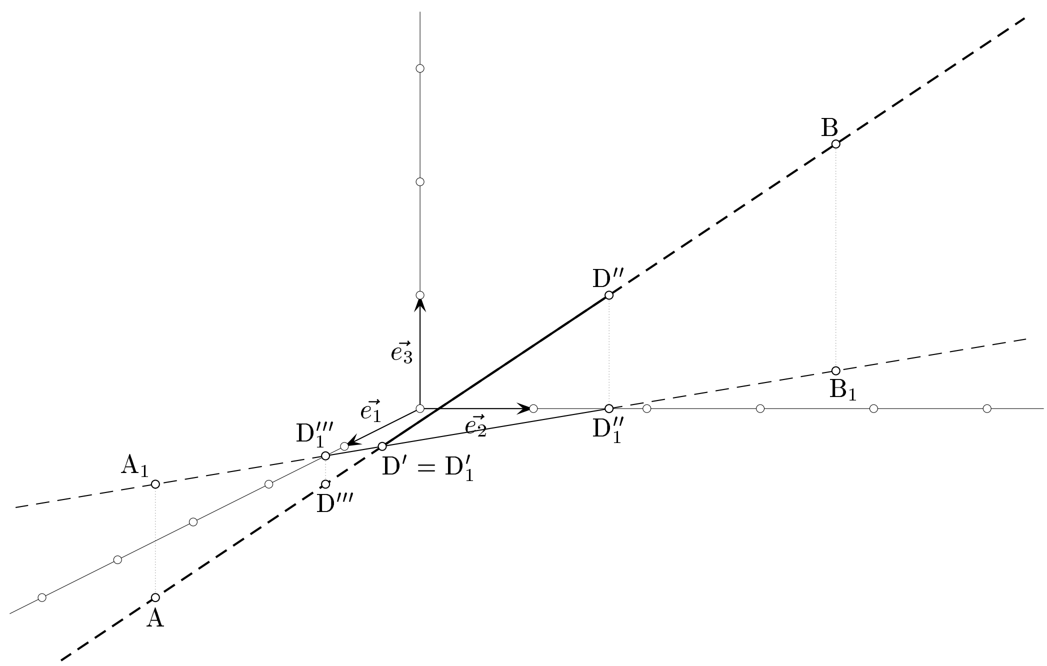
2.1 Dans les axonométries suivantes, on donne une droite d passant par deux points A et B. Construire les traces D$'$, D$''$ et D$'''$ de la droite. Dessiner aussi les images au sol d_1, D$'_1$, D$''_1$ et D$'''_1$.

Indiquer les quadrants traversés par la droite.

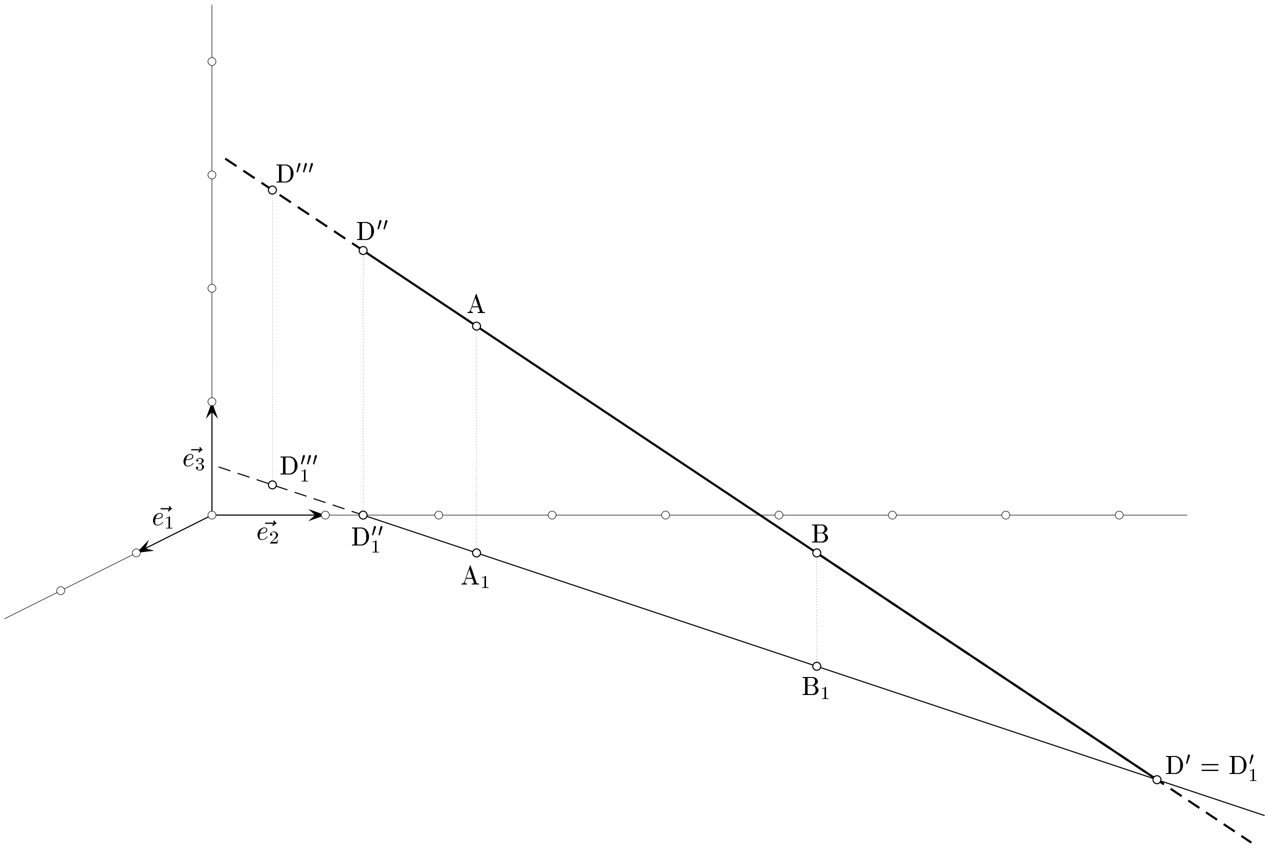
1) A$(3\,;-1\,;2)$ et B$(-1\,;6\,;-3)$



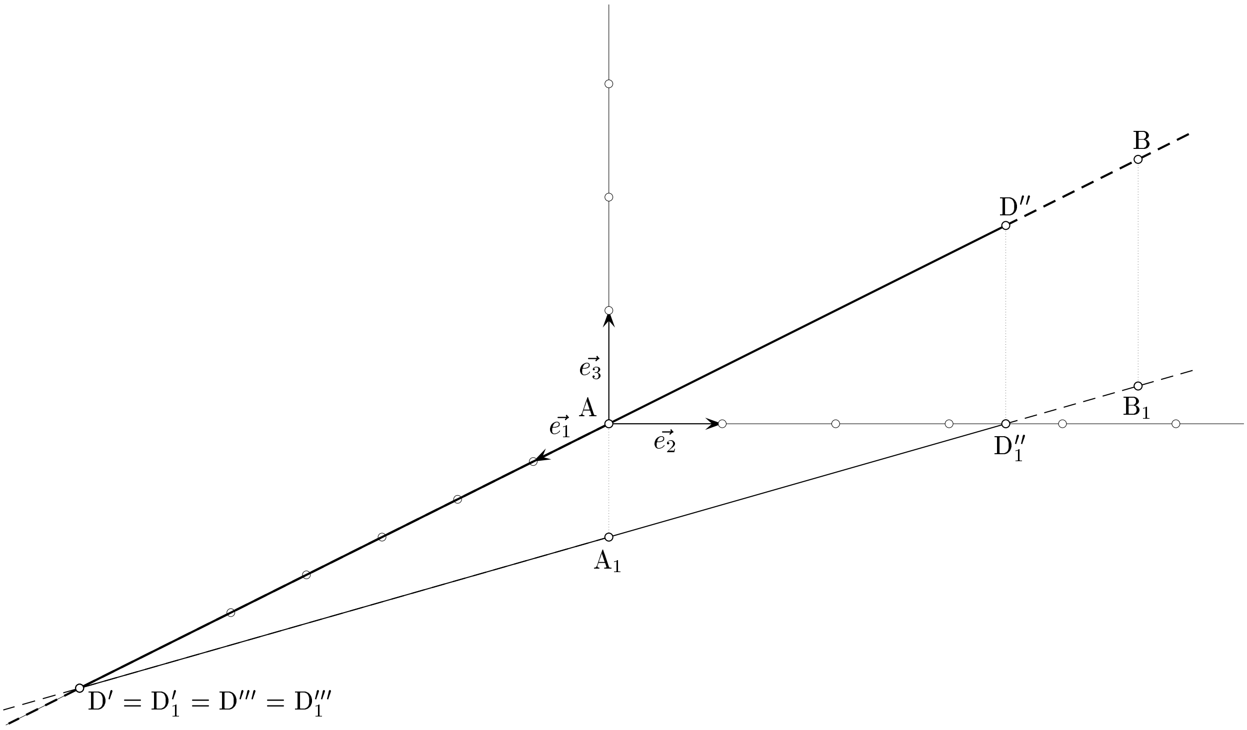
2) A$(2\,;-1\,;-1)$ et B$(-1\,;3\,;2)$



3) A(1 ; 3 ; 2) et B(4 ; 8 ; 1)



4) A(3 ; 2 ; 1) et B(−1 ; 4 ; 2)



2.2 Dans une axonométrie de noyau contenant le vecteur $\vec{n} = 3\,\vec{e_1}+2\,\vec{e_2}+2\,\vec{e_3}$, représenter les points $\mathrm{A}(3\,;2\,;2)$, $\mathrm{B}(-3\,;-2\,;-2)$, $\mathrm{C}(6\,;4\,;4)$, $\mathrm{D}(2\,;4\,;3)$, $\mathrm{E}(5\,;6\,;5)$ et $\mathrm{F}(-1\,;2\,;1)$.

1) Vérifier, par calcul et par dessin, que A, B, C d'une part et D, E, F d'autre part sont alignés.
2) Vérifier que, pour l'observateur, E cache D et D cache F.

Disposition de la feuille : verticale, origine à 4 cm du bord gauche et à 7 cm du haut de la feuille ; unité : 1,5 cm.

2.3 Dans une axonométrie de noyau contenant le vecteur $\vec{n} = 4\,\vec{e_1} - 2\,\vec{e_2} - \vec{e_3}$ représenter les points $\mathrm{A}(-2\,;3\,;\frac{3}{2})$, $\mathrm{B}(6\,;-1\,;-\frac{1}{2})$, $\mathrm{C}(-4\,;4\,;2)$, $\mathrm{D}(-3\,;0\,;3)$, $\mathrm{E}(1\,;-2\,;2)$ et $\mathrm{F}(3\,;-3\,;\frac{3}{2})$.

1) Vérifier, par calcul et par dessin, que A, B, C d'une part et D, E, F d'autre part sont alignés.
2) Vérifier que, pour l'observateur, F cache E et E cache D.

Disposition de la feuille : reprendre la feuille de l'exercice 2.2, origine à 15 cm du bord gauche et à 7 cm du haut de la feuille ; unité : 2 cm.

2.4 Dans une axonométrie de noyau contenant le vecteur $\vec{n} = 3\,\vec{e_1} - 2\,\vec{e_2} + \vec{e_3}$ représenter les points $\mathrm{A}(4\,;0\,;-3)$, $\mathrm{B}(1\,;2\,;-4)$, $\mathrm{C}(-5\,;6\,;-6)$, $\mathrm{D}(3\,;-4\,;2)$, $\mathrm{E}(-3\,;0\,;0)$ et $\mathrm{F}(-6\,;2\,;-1)$.

1) Vérifier, par calcul et par dessin, que A, B, C d'une part et D, E, F d'autre part sont alignés.
2) Vérifier que, pour l'observateur, D cache E et E cache F.

Disposition de la feuille : reprendre la feuille de l'exercice 2.2, origine à 7 cm du bord gauche et à 8 cm du bas de la feuille ; unité : 1,5 cm.

2.5 Dans une axonométrie de noyau contenant le vecteur $\vec{n} = 4\,\vec{e_1} + 2\,\vec{e_2} - 3\,\vec{e_3}$ représenter les points $\mathrm{A}(3\,;0\,;-2)$, $\mathrm{B}(-1\,;-2\,;1)$, $\mathrm{C}(-3\,;-3\,;\frac{5}{2})$, $\mathrm{D}(-5\,;-1\,;\frac{13}{2})$, $\mathrm{E}(-1\,;1\,;\frac{7}{2})$ et $\mathrm{F}(1\,;2\,;2)$.

1) Vérifier, par calcul et par dessin, que A, B, C d'une part et D, E, F d'autre part sont alignés.
2) Vérifier que, pour l'observateur, F cache E et E cache D.

Disposition de la feuille : reprendre la feuille de l'exercice 2.2, origine à 5 cm du bord droit et à 10 cm du bas de la feuille ; unité : 2 cm.

2.6
1) Dans une axonométrie de noyau contenant le vecteur $\vec{n} = \vec{e_1} - \vec{e_2} - \frac{3}{5}\,\vec{e_3}$, construire les droites AB et CD données par : $\mathrm{A}(3\,;1\,;2)$, $\mathrm{B}(0\,;1\,;-1)$, $\mathrm{C}(2\,;1\,;\frac{5}{2})$, $\mathrm{D}(0\,;5\,;-1)$.

   Par des mesures prises sur le dessin, déterminer les coordonnées du point M de AB et du point N de CD qui ont même image axonométrique.

   Disposition de la feuille : verticale, origine à 3 cm du bord gauche et à 11 cm du haut ; unité : 2,5 cm.

2) Représenter les droites AB et CD, ainsi que les points M et N de la première partie, dans une axonométrie contenant le vecteur $\vec{n} = 5\,\vec{e_1} + 2\,\vec{e_2} + 2\,\vec{e_3}$.

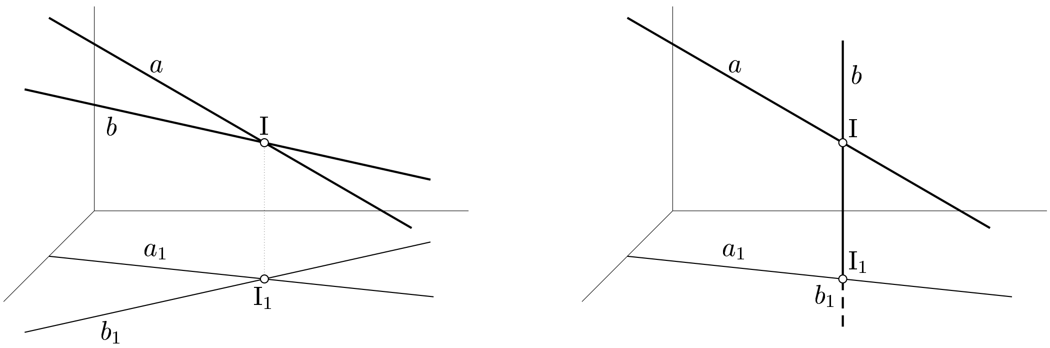
Vérifier que le point M cachait le point N dans la première épure.

Disposition de la feuille : même feuille qu'en 1), origine à 6 cm du bord gauche et à 22 cm du haut ; unité : 2,5 cm.

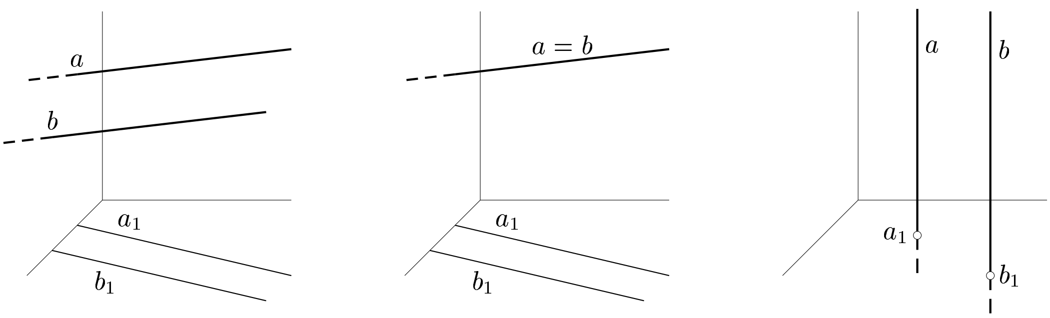
Position relative de deux droites

Deux droites de l'espace peuvent être confondues, parallèles, concourantes ou gauches. Dans les trois premiers cas, aucun problème de visibilité ne se pose, car la représentation axonométrique décrit la réalité de leur situation dans l'espace. En revanche, deux droites gauches paraissent concourantes en axonométrie. Il est donc nécessaire de déterminer leur visibilité pour savoir laquelle, du point de vue de l'observateur, passe devant l'autre.

Deux droites a et b sont **concourantes** si et seulement si $\mathrm{I}_1 = a_1 \cap b_1$ et $\mathrm{I} = a \cap b$ sont sur la même verticale.

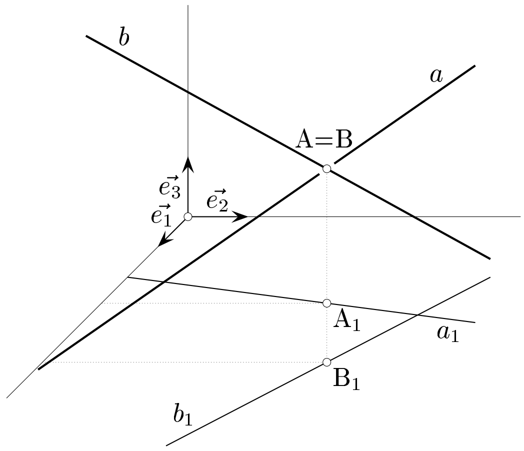


Deux droites sont **parallèles** si et seulement si leurs images en axonométrie et leurs projections sont parallèles entre elles ou réduites à un point.



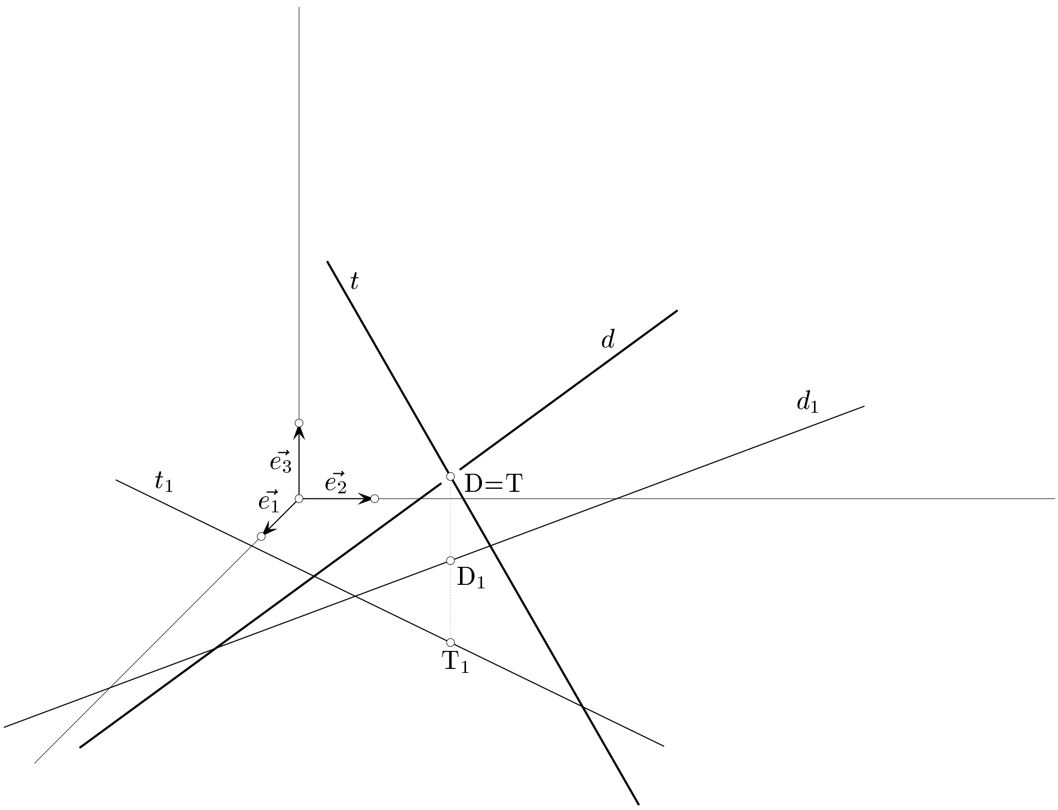
Deux droites sont **gauches** si elles ne sont ni confondues, ni parallèles et ni concourantes.

Comme on l'a vu au chapitre 1, lorsque deux points ont la même image axonométrique, celui qui a la plus grande abscisse cache l'autre. Les points A et B ont la même image axonométrique, mais B cache A.
On dit alors que la droite b **passe devant** la droite a ou encore que b cache a en deuxième projection. On dessine b en continu et a en discontinu autour de A.

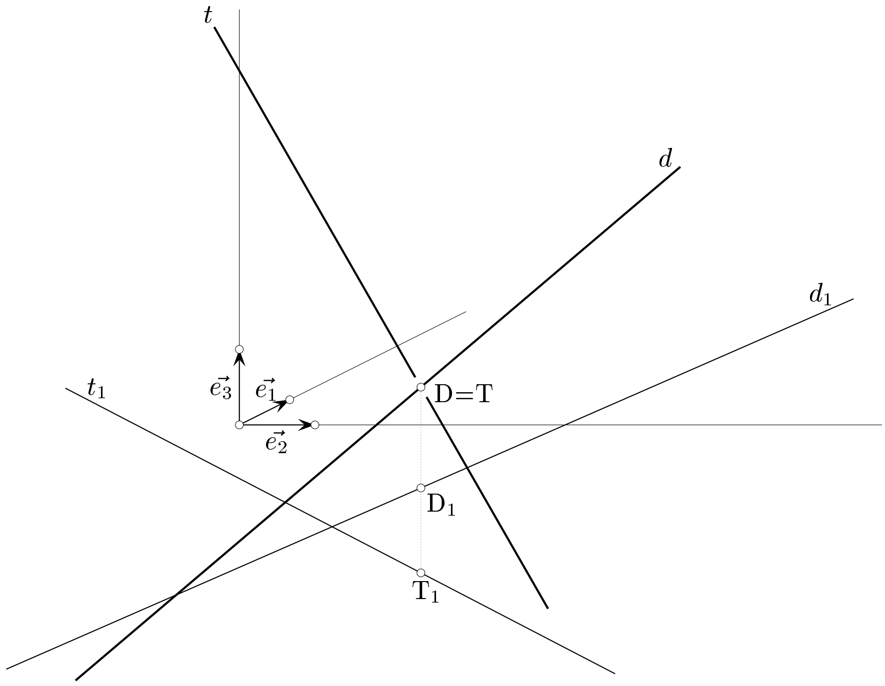


2.7 Compléter les figures suivantes, en donnant la visibilité.

1)

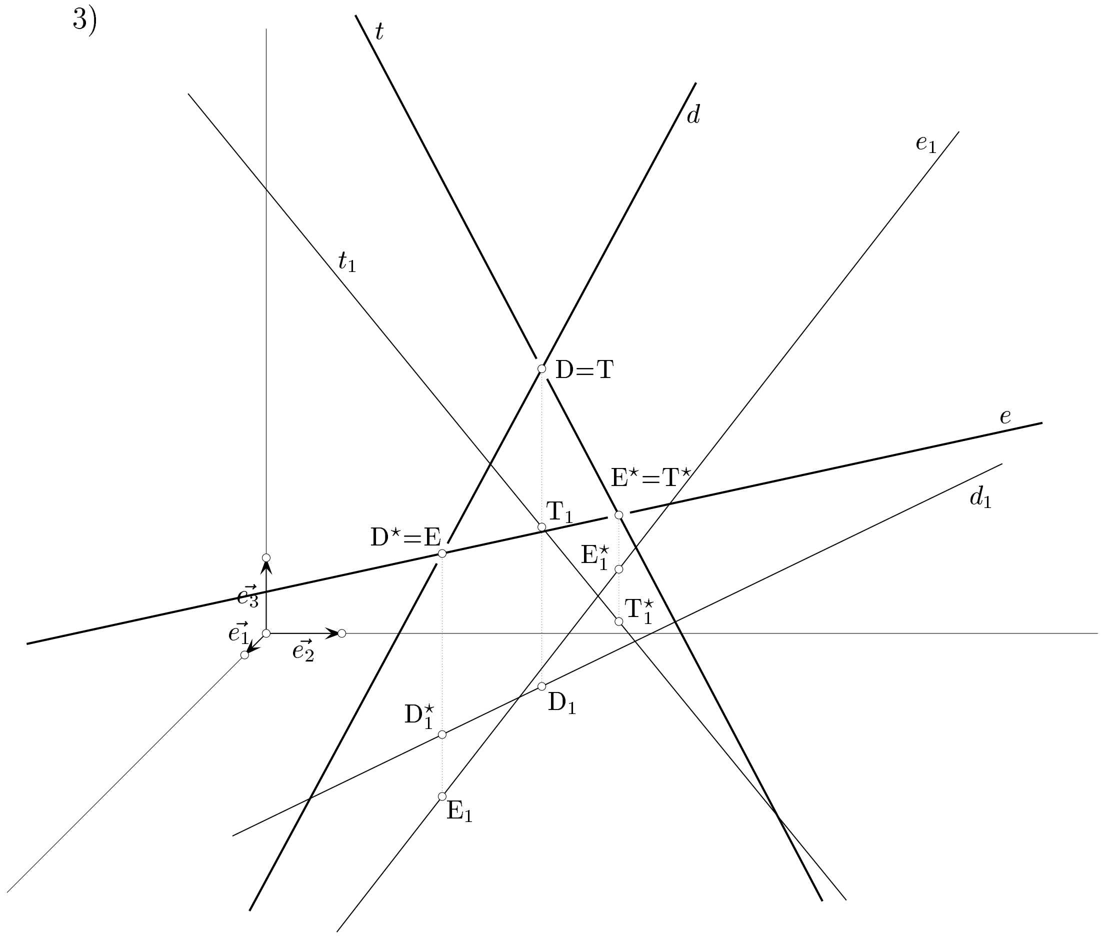


2)



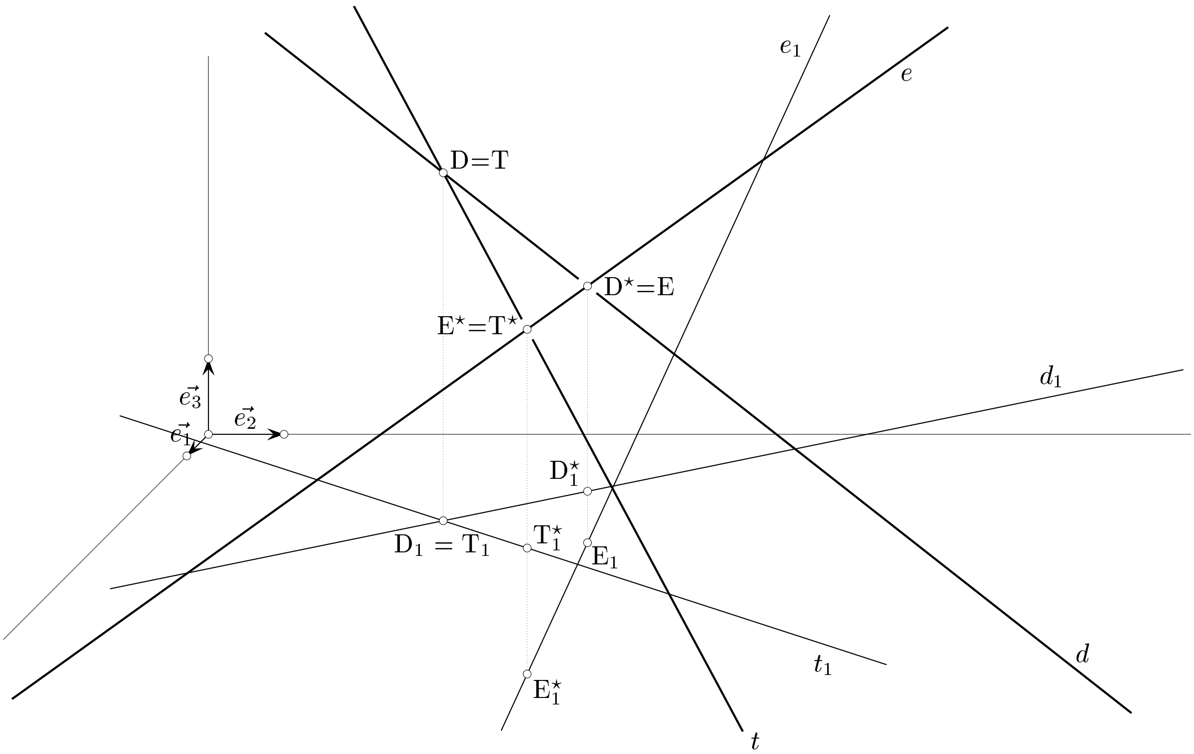
t
d
d_1
t_1
$\vec{e_3}$
$\vec{e_1}$
D=T
$\vec{e_2}$
D_1
T_1

3)



t
d
e_1
t_1
D=T
e
$E^\star=T^\star$
d_1
T_1
$D^\star=E$
$E_1^\star$
$\vec{e_3}$
$T_1^\star$
$\vec{e_1}$
$\vec{e_2}$
D_1
$D_1^\star$
E_1

4)



2.8 Dans une axonométrie dont le noyau contient le vecteur $\vec{n} = -6\,\vec{e_1} + 4\,\vec{e_2} + 3\,\vec{e_3}$ le tétraèdre SABC est déterminé par les indications suivantes :

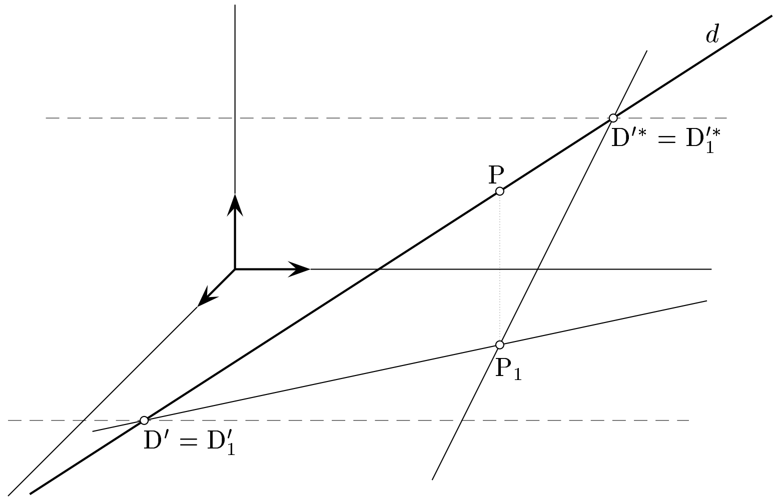
- $S(4\,;-2\,;2)$
- L'arête SA est verticale de longueur 5 et le point A se trouve en-dessous du plan π_1.
- L'arête SB est perpendiculaire à π_3 de longueur 4 et l'ordonnée de B est positive.
- L'arête SC est de bout de longueur 2 et le point C est plus éloigné du tableau que S.

1) Représenter le tétraèdre SABC et déterminer les coordonnées de ses sommets.
2) Que peut-on dire des arêtes AB, AC et BC ?
3) Déterminer, sur le dessin, l'intersection A', B' et C' des arêtes du tétraèdre avec le sol. À l'aide du dessin, estimer les coordonnées des points A', B' et C'.

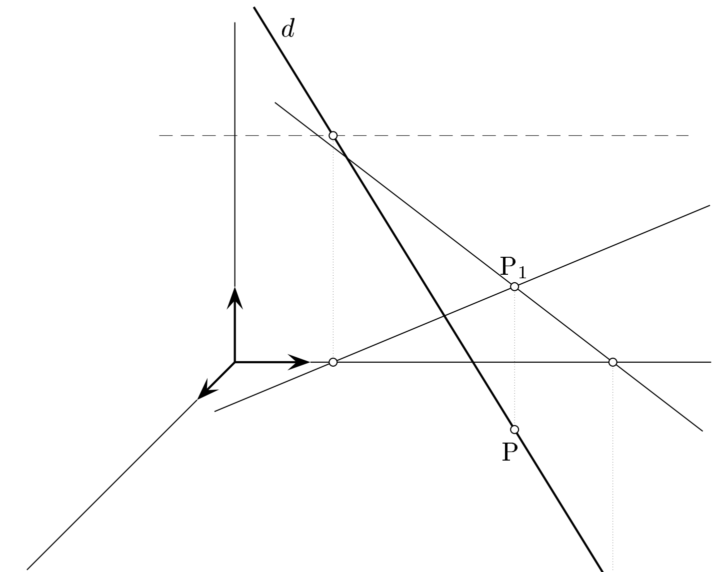
Disposition de la feuille : verticale, origine à 4 cm du bord gauche et à 8 cm du bas de la feuille ; unité : 3 cm.

2.9 On donne une droite d et la première projection d'un point P de d. Construire d_1 sachant que :

1) la première trace de d est à 4 unités de la ligne de terre ;



2) la seconde trace de d est à 3 unités de la ligne de terre.



2.10 Construire le triangle ABC et sa première projection tel que le côté AB soit horizontal, BC de profil et AC frontal. On donne A(2 ; 10 ; 4), B(5 ; 6,5 ; ?) et C(? ; ? ; 2).

Le noyau est déterminé par le vecteur $\vec{n} = 2\,\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}$.

Disposition de la feuille : l'origine est à 7 cm du bord gauche et à 7 cm du haut ; unité : 1 cm.

2.11 Construire le triangle ABC et sa première projection tel que les sommets A et B soient dans le 1[er] plan bissecteur, le côté AB de profil, le sommet C dans π_1 et AC frontal. On donne A(5 ; 2 ; ?), B(? ; ? ; 1) et C(? ; 6,5 ; ?).

Le noyau est déterminé par le vecteur $\vec{n} = 2\,\vec{e_1} + \frac{1}{2}\,\vec{e_2} + \vec{e_3}$.

Disposition de la feuille : l'origine est à 5 cm du bord gauche et à 9 cm du bas ; unité : 2 cm.

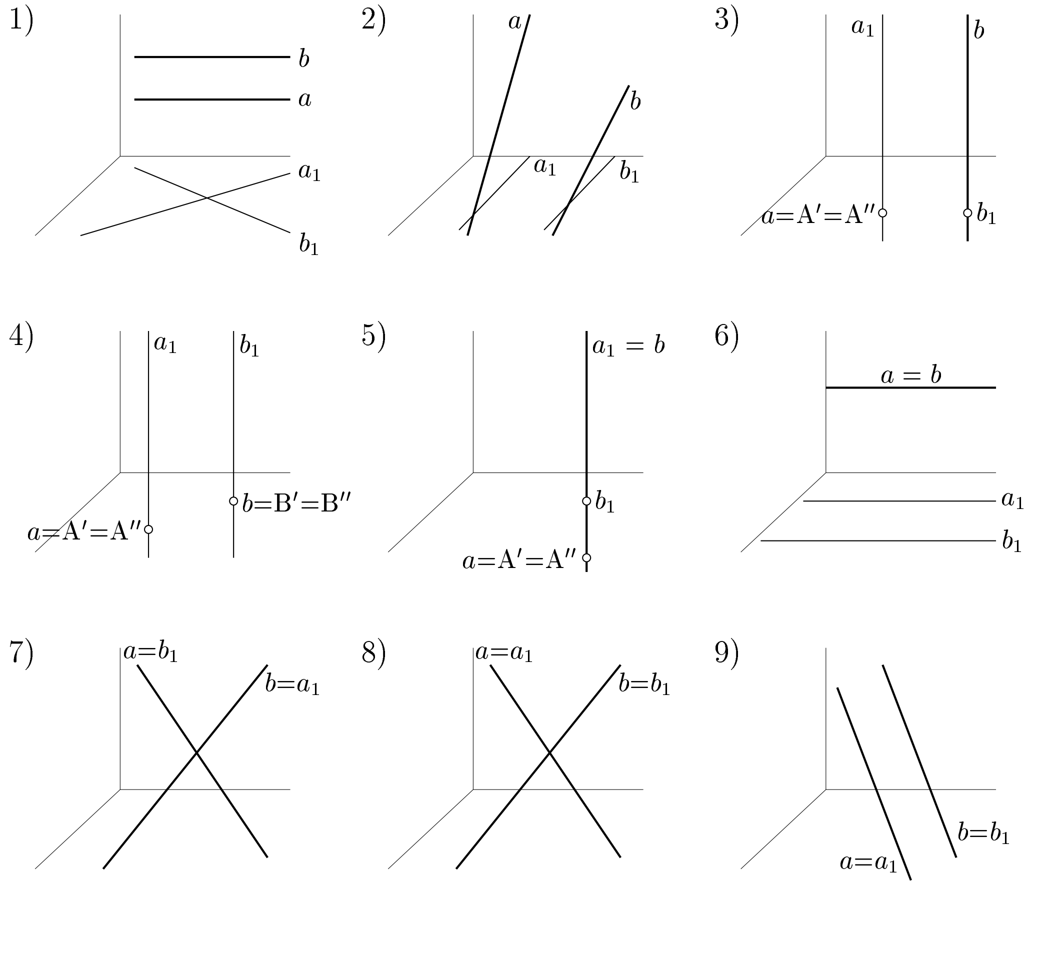
2.12 Construire le triangle ABC et sa première projection tel que le sommet A soit dans le premier plan bissecteur, AC frontal et BC de bout. On donne A(? ; 6,5 ; 2) et B(5 ; 1,5 ; 4).

Représenter ensuite le triangle en vraie grandeur.

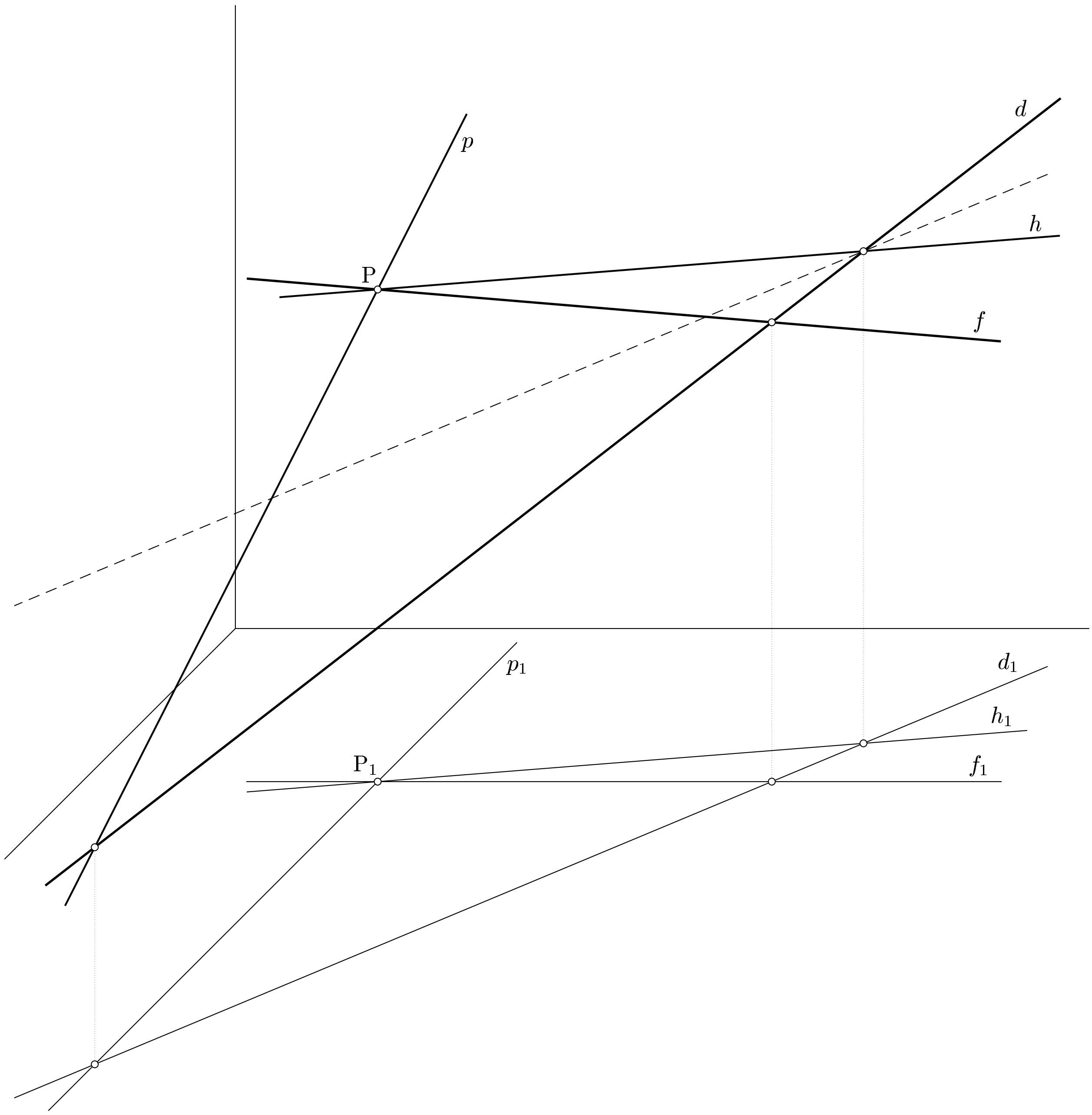
Le noyau est déterminé par le vecteur $\vec{n} = 2\,\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}$.

Disposition de la feuille : l'origine est à 5 cm du bord gauche et 7 cm du haut ; unité : 1 cm.

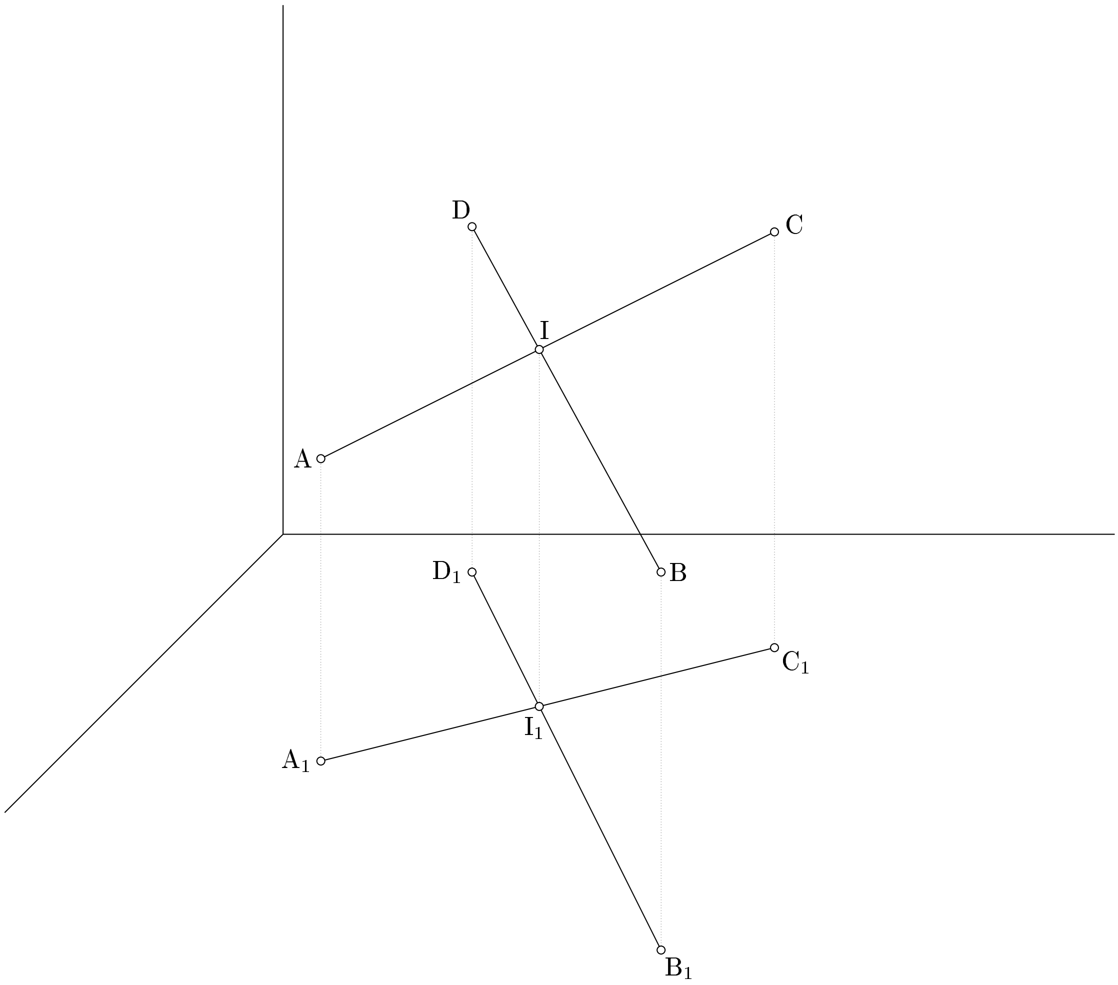
2.13 Indiquer la position relative des droites a et b dans chacun des cas suivants.



2.14 Construire une frontale, une horizontale et une droite de profil passant par P et coupant d. Construire aussi leur première projection.



2.15 Construire D sachant que A, B, C et D sont coplanaires.



Réponses

2.1 1) quadrants V, I, IV et III 2) quadrants VIII, IV, I et II
3) quadrants IV, I, II et VI 4) quadrants II, I, IV, V et VIII

2.6 1) $\mathrm{M}\left(\frac{188}{79}\,;1\,;\frac{109}{79}\right)$ $\mathrm{N}\left(\frac{128}{79}\,;\frac{139}{79}\,;\frac{145}{79}\right)$

2.7
1) t cache d
2) d cache t
3) e cache d, d cache t, t cache e
4) e cache d, d et t sont concourantes, e cache t

2.8
1) $\mathrm{A}(4\,;-2\,;-3)$ $\mathrm{B}(4\,;2\,;2)$ $\mathrm{C}(6\,;-2\,;2)$
2) AB est frontale AC est de profil BC est horizontale
3) $\mathrm{A}'(4\,;-2\,;0)$ $\mathrm{B}'(4\,;\frac{2}{5}\,;0)$ $\mathrm{C}'(\frac{26}{5}\,;-2\,;0)$

2.13
1) gauches 2) gauches 3) gauches
4) parallèles 5) concourantes 6) parallèles
7) concourantes 8) concourantes 9) parallèles