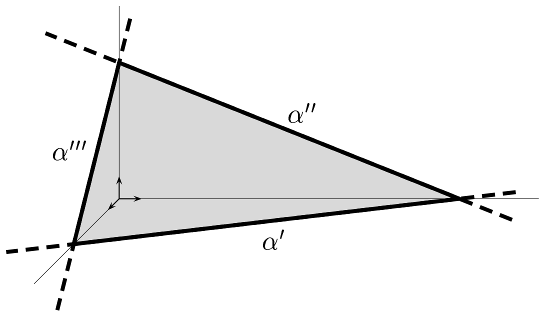
3 Plans

Les traces d'un plan

Un plan n'a pas de bord. Un plan est cependant usuellement représenté par une surface polygonale, par exemple un parallélogramme ou un triangle. Le plan étant illimité, sa projection au sol est généralement tout le sol. L'épure d'un plan en axonométrie ne peut plus être sa double représentation par son image axonométrique et sa projection. Pour définir un plan, on utilise plutôt ses traces.

Les trois traces d'un plan α sont les droites d'intersections de α avec le sol, le mur et la paroi :
$\alpha' = \alpha \cap \pi_1$
$\alpha'' = \alpha \cap \pi_2$
$\alpha''' = \alpha \cap \pi_3$

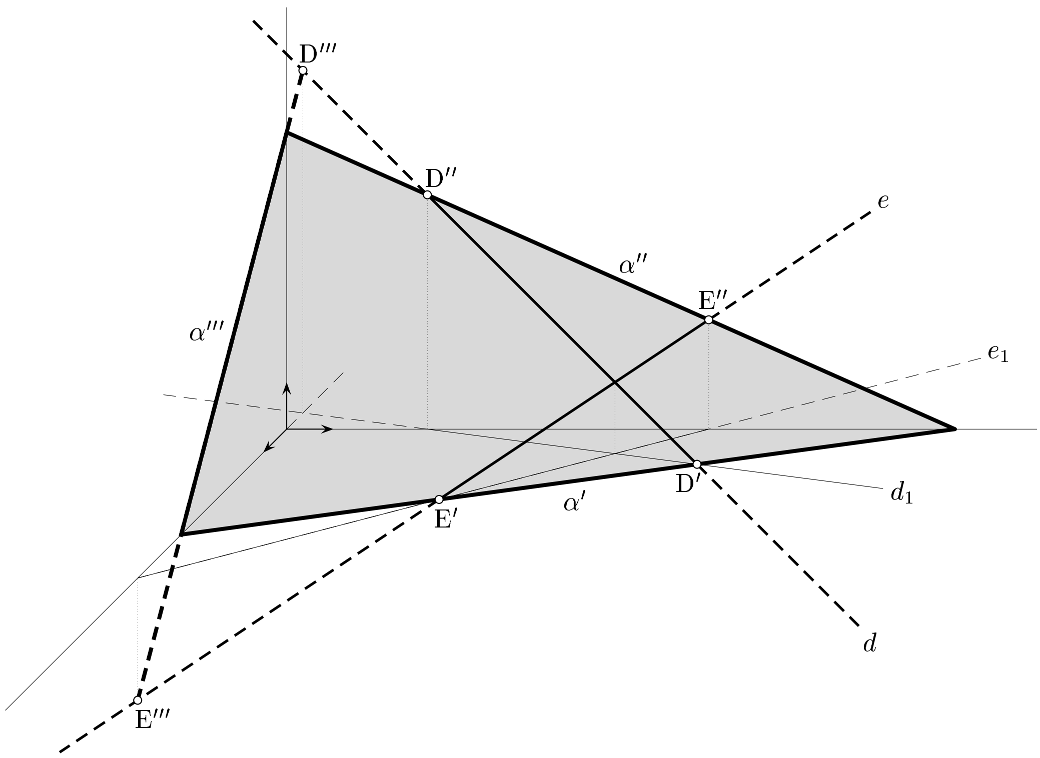


Si le plan α est donné par deux droites sécantes d et e, alors les traces de d et e définissent les traces du plan α :

$\alpha' = \mathrm{E}'\mathrm{D}'$

$\alpha'' = \mathrm{E}''\mathrm{D}''$

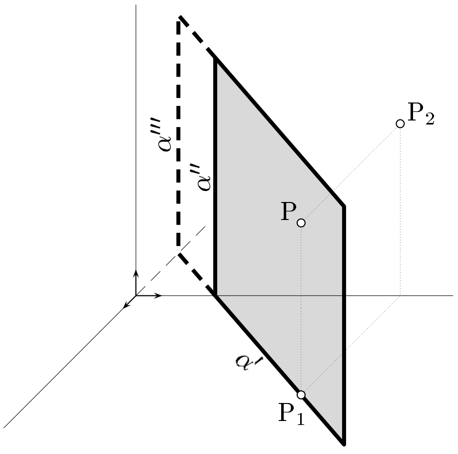
$\alpha''' = \mathrm{E}'''\mathrm{D}'''$



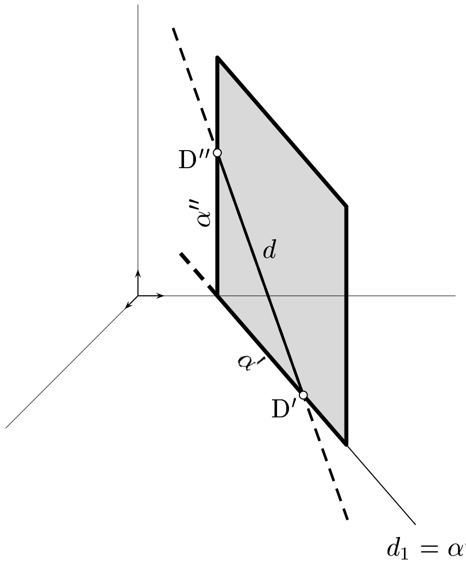
Le plan vertical

Un plan α est vertical si et seulement si sa deuxième trace α'' est verticale.

La première trace de α est une trace-projection :
$\mathrm{P} \in \alpha \iff \mathrm{P}_1 \in \alpha'$

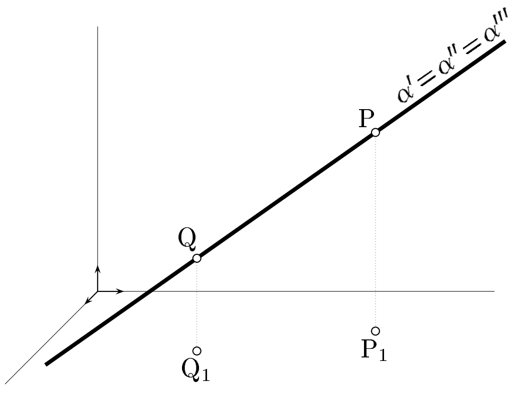


La première trace d'un plan vertical contenant la droite d est confondue avec d_1.

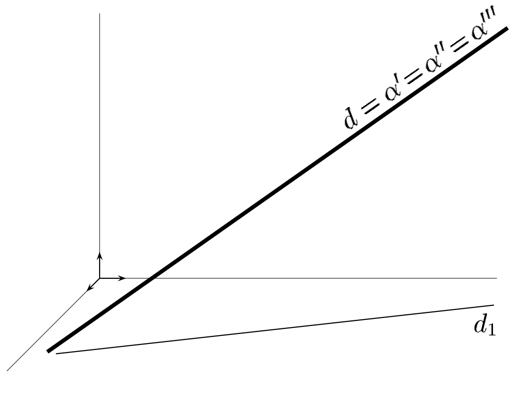


Le plan parallèle au noyau

Un plan α parallèle au noyau est représenté par une seule droite. Ses traces α', α'', α''' sont confondues avec sa représentation.

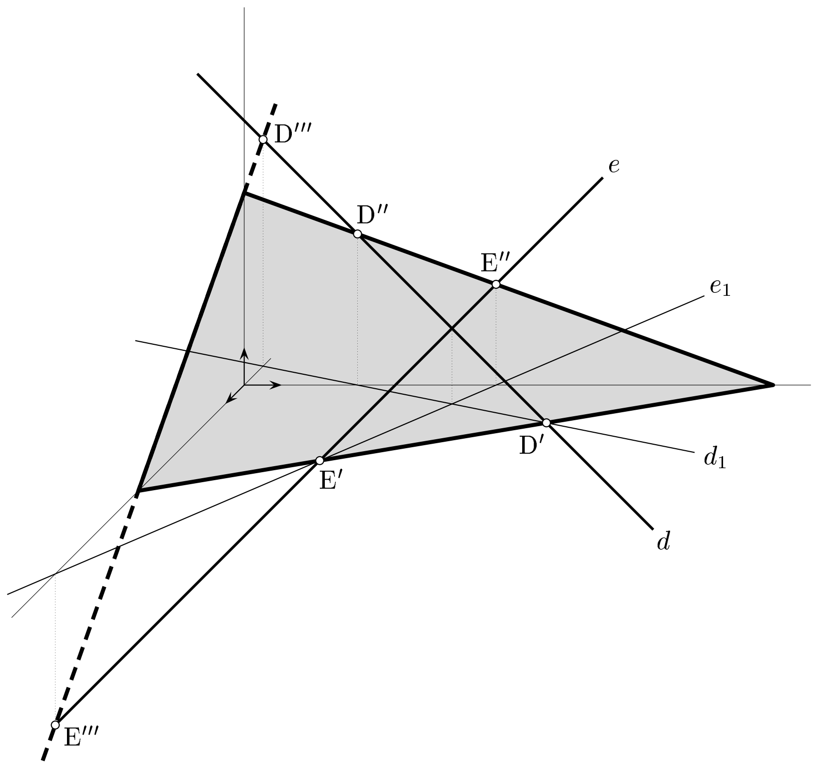


La représentation d'un plan parallèle au noyau et contenant la droite d est confondue avec d. Les traces du plan sont elles aussi confondues avec d.

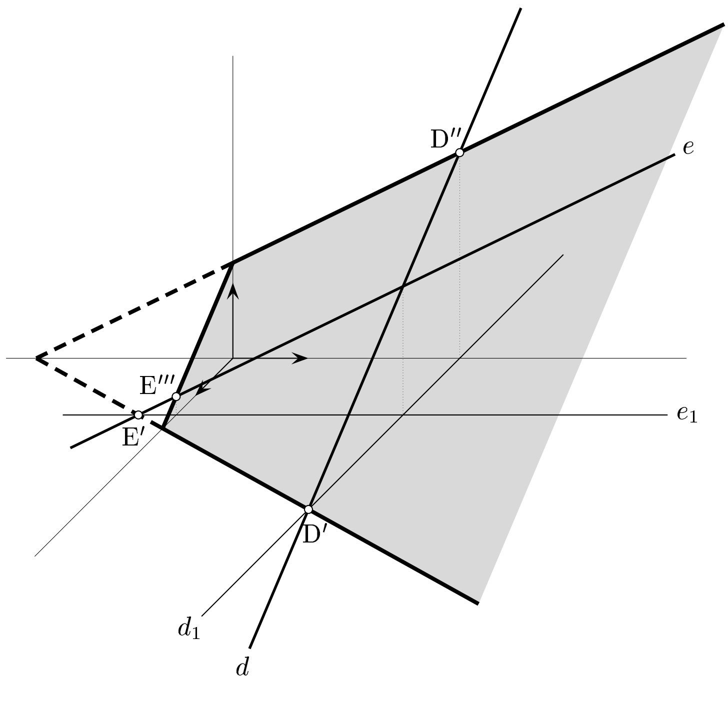


3.1 Construire les traces d'un plan donné par deux de ses droites.
Indiquer D′, D″, D‴, E′, E″ et E‴ si possible.

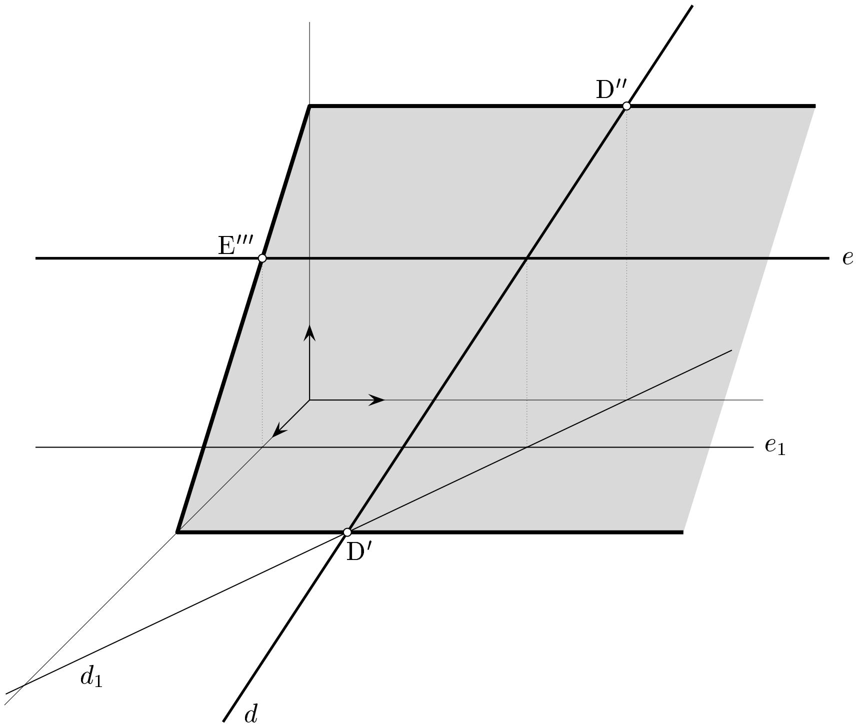
1)



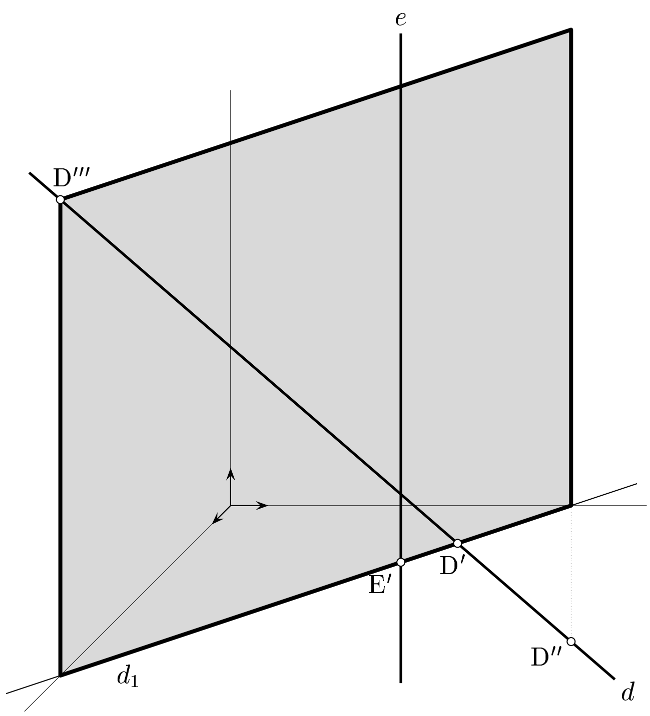
2) e est frontale



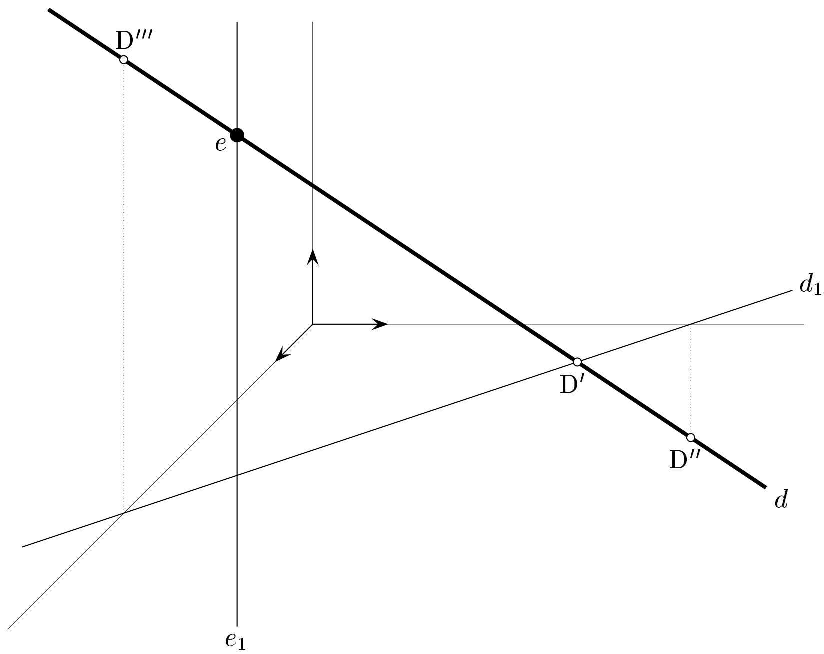
3) e est parallèle à la ligne de terre



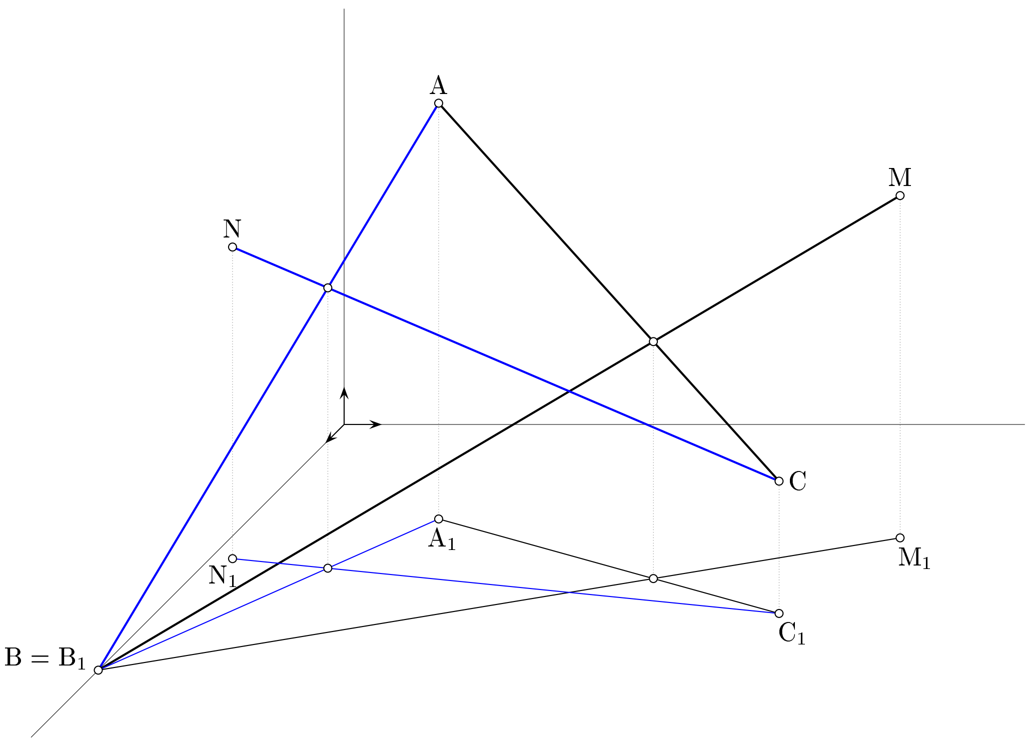
4) e est verticale



5) e est parallèle au noyau

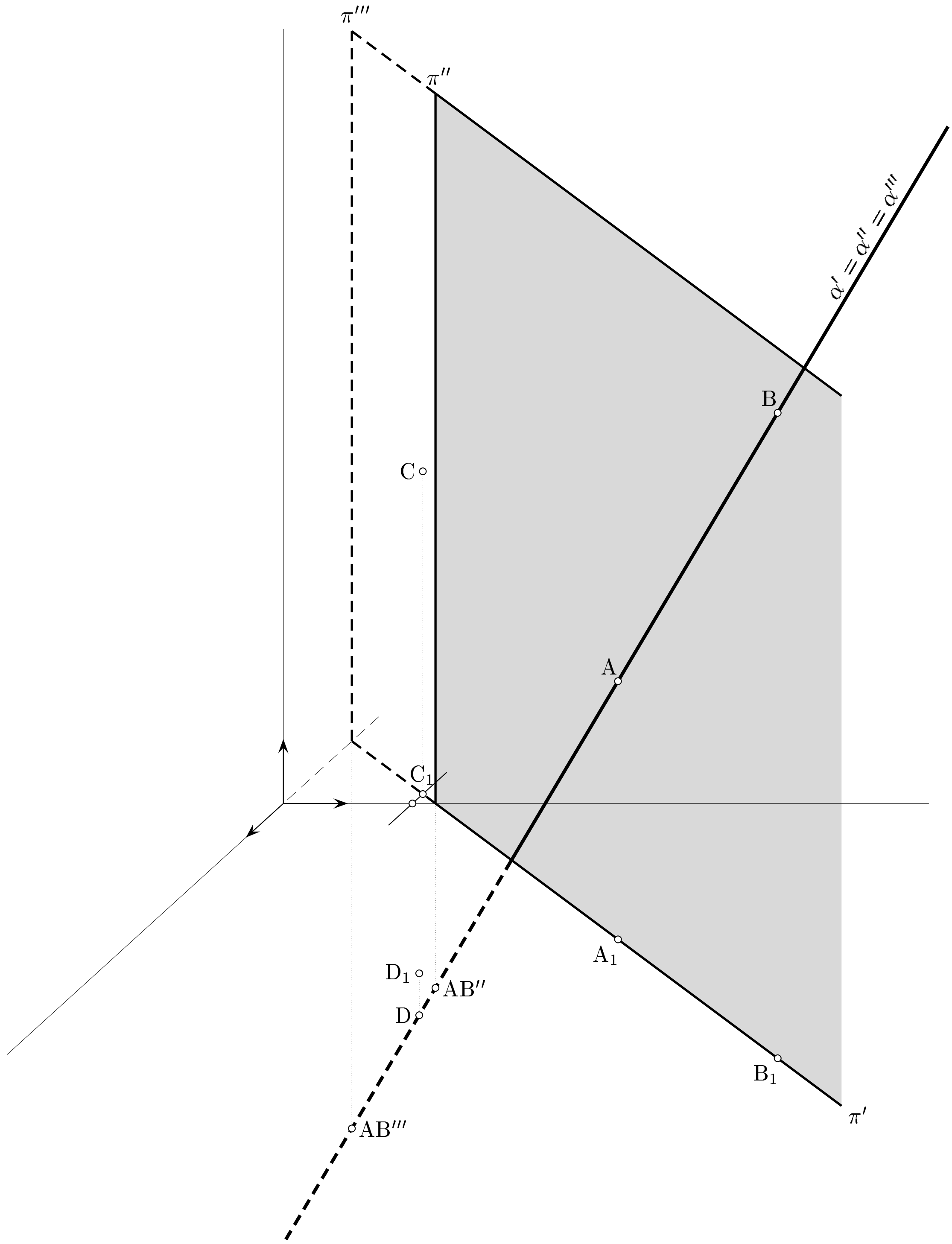


3.2 Un plan α est donné par trois de ses points A, B et C. Trouver l'image axonométrique d'un point M de α et la première projection N_1 d'un point N de α. On connaît la première projection M_1 de M et l'image axonométrique de N.



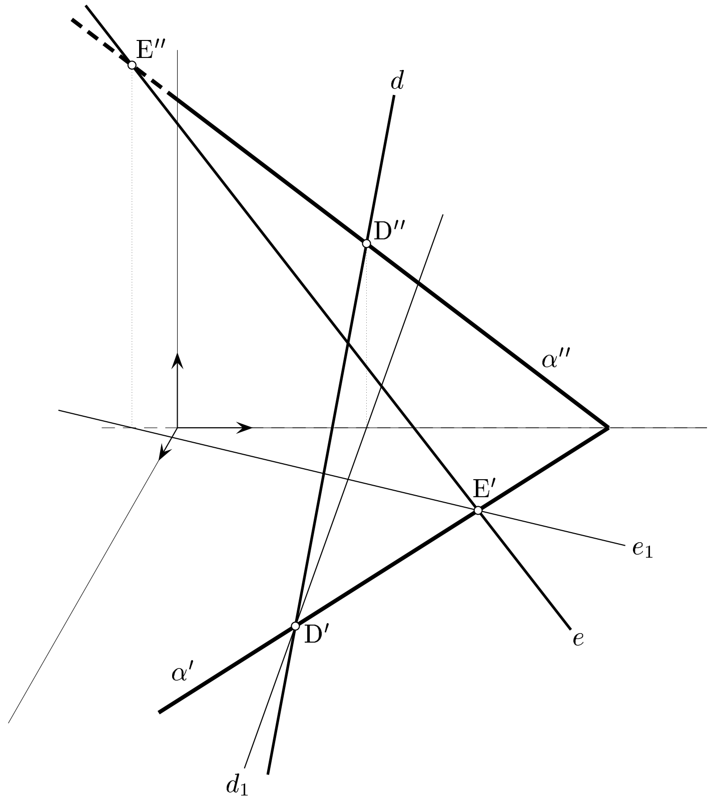
3.3

1) Dessiner la première et la deuxième trace du plan vertical π contenant la droite AB.
2) Dessiner les traces du plan α parallèle au noyau contenant la droite AB.
3) Donner les coordonnées et dessiner l'épure du point C($\ldots$; 2 ; 5) qui appartient à π.
4) Donner les coordonnées et dessiner l'épure du point D(5 ; 5 ; $\ldots$) qui appartient à α.

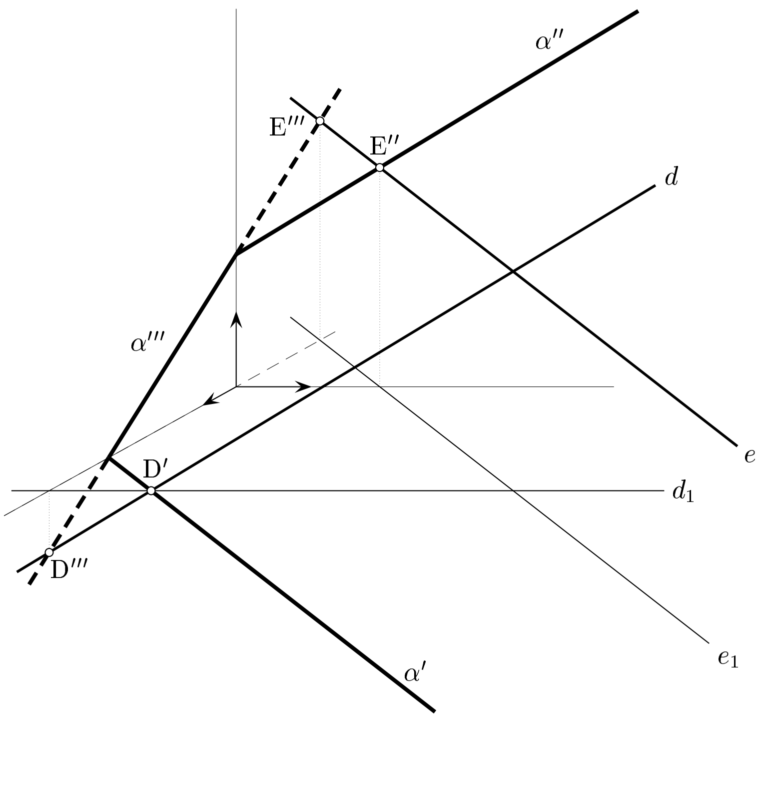


3.4 Trouver l'image axonométrique, ou la première projection, d'une droite d'un plan donné par ses traces. On connaît la première projection ou l'image axonométrique de cette droite.

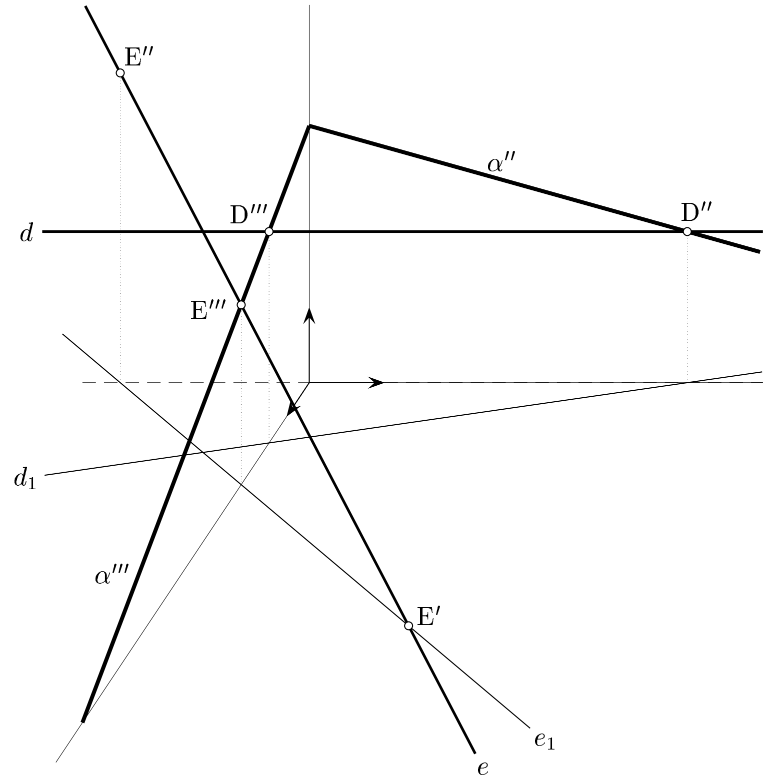
1)



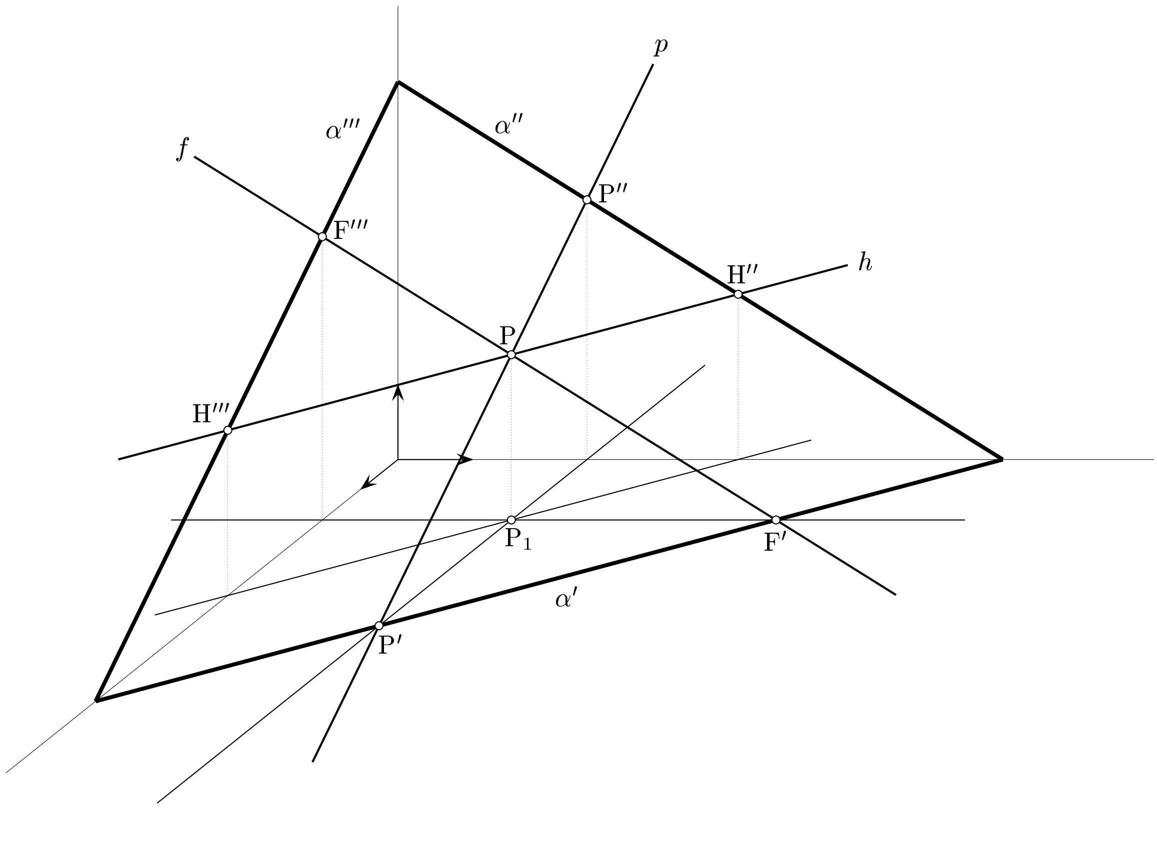
2) α'' // d et α' // e_1



3)

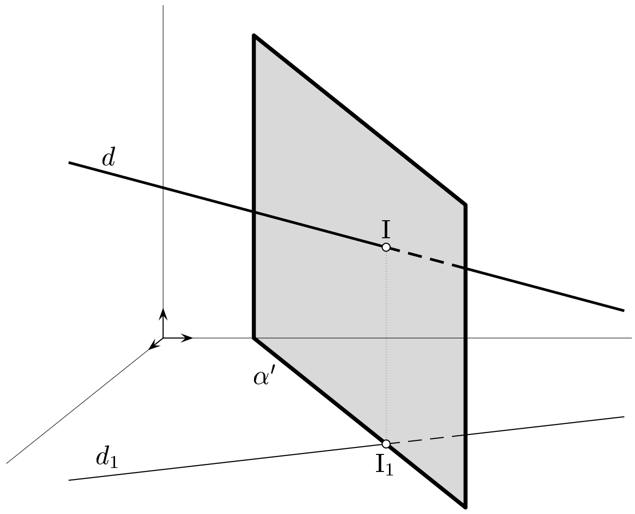


3.5 Un plan α est donné par ses traces et l'image axonométrique d'un point P de α. Construire les droites h, f et p, respectivement horizontale, frontale et de profil, passant par P et contenues dans α.



Intersection d'une droite et d'un plan

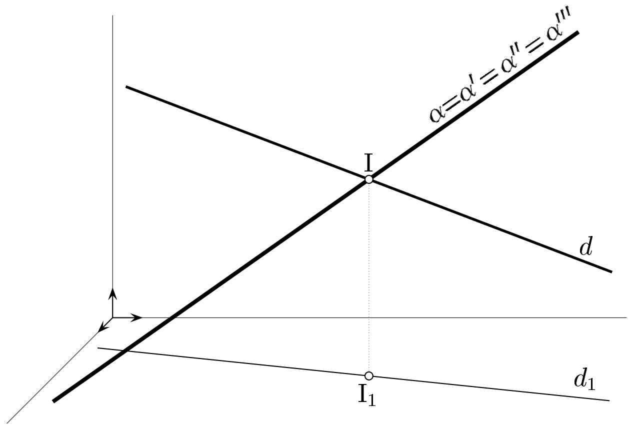
Plan vertical



La projection sur le sol de l'intersection d'une droite d et d'un plan vertical α est l'intersection de d_1 et α'.

En effet, posons $\mathrm{I} = d \cap \alpha$. Alors, $\mathrm{I}_1 \in d_1$ et $\mathrm{I}_1 \in \alpha'$, vu que α est vertical.
Donc $\mathrm{I}_1 = d_1 \cap \alpha'$.

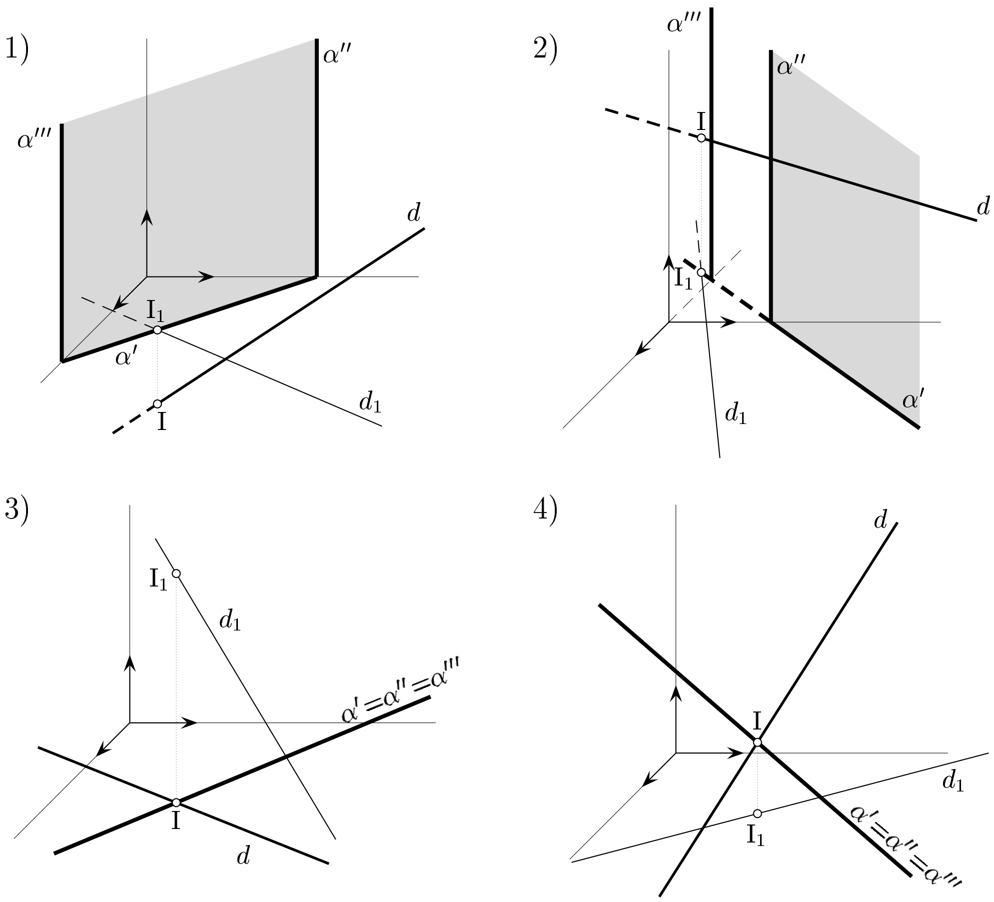
Plan parallèle au noyau



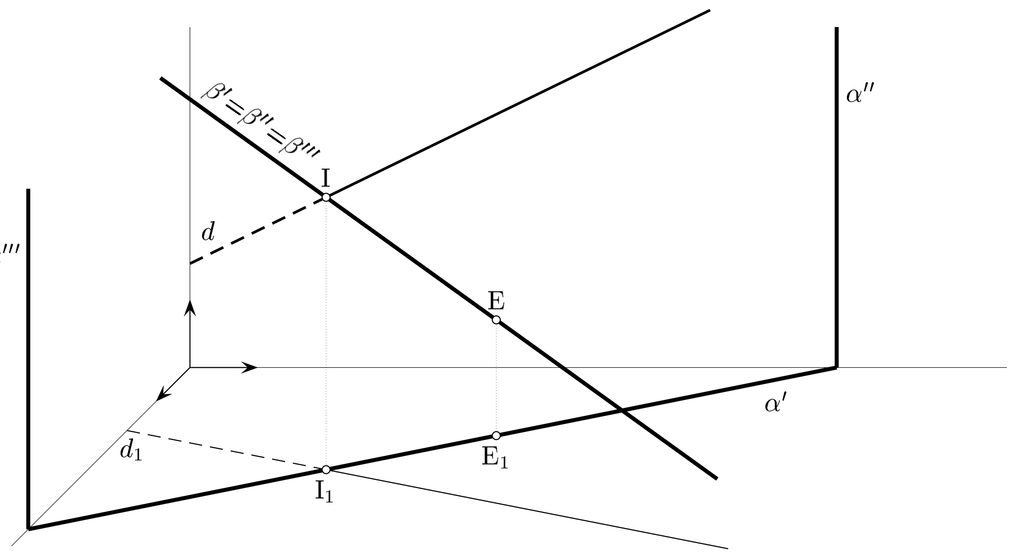
L'intersection I d'une droite d et d'un plan α parallèle au noyau est l'intersection des deux « droites » α et d.

La projection de I sur le sol est le point de d_1 à la verticale de I.

3.6 Dessiner l'épure de l'intersection de la droite d et du plan α. Indiquer dans quel quadrant se trouve l'intersection. Déterminer la visibilité de la droite d par rapport au plan α.

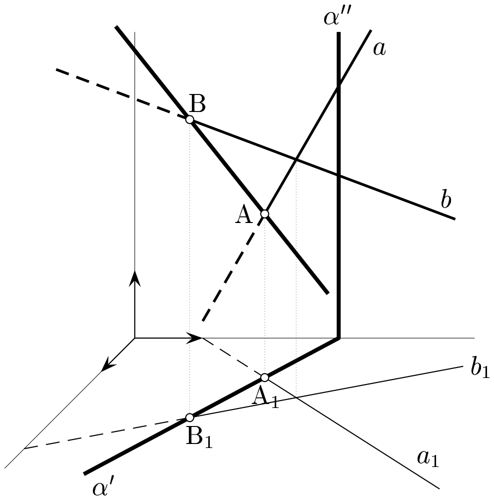


3.7
1) Le plan α est vertical ; il coupe la droite d en I et passe par E. Dessiner ses traces.
2) Le plan β est parallèle au noyau ; il coupe la droite d en I et passe par E. Dessiner ses traces.

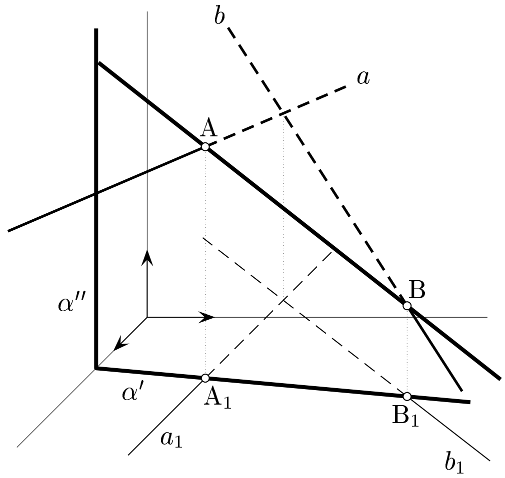


3.8 Dessiner l’épure de l’intersection du plan α et du plan $\beta = \text{plan}(a\,;b)$. Déterminer la visibilité de a et b.

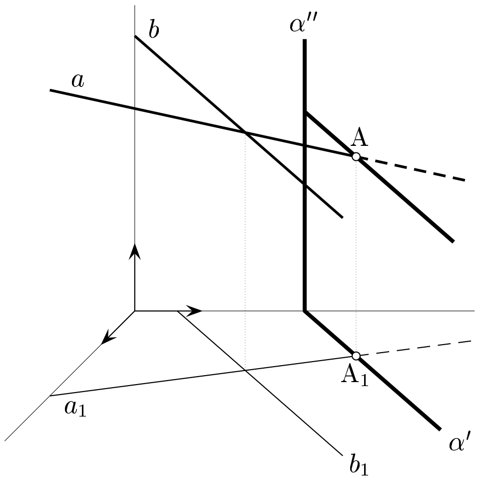
1) α est vertical



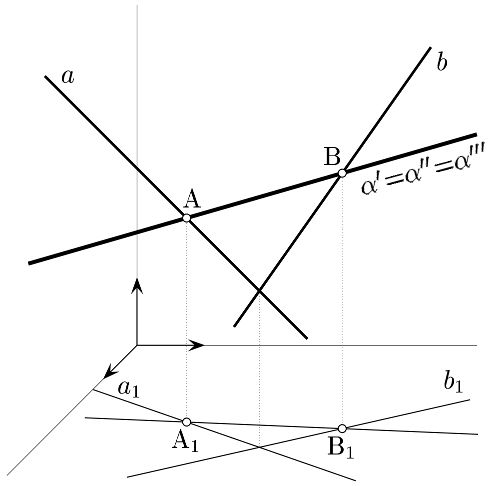
2) α est vertical



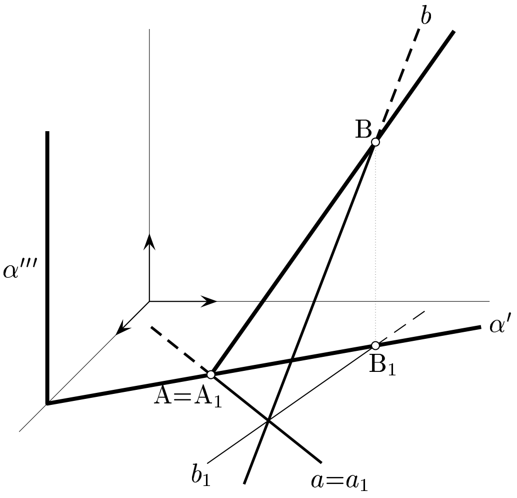
3) α est vertical
b et b_1 sont parallèles à α'



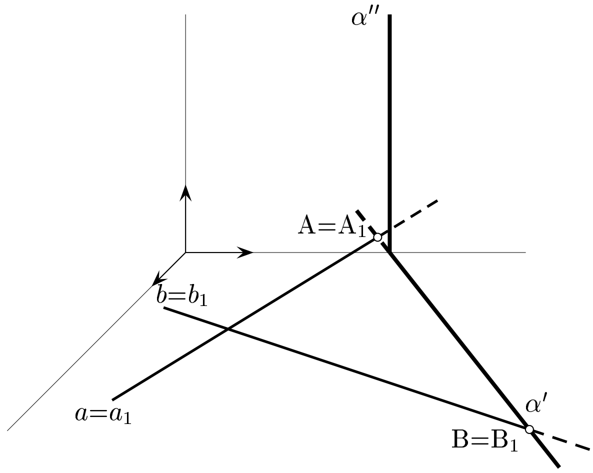
4) α est parallèle au noyau



5) α est vertical

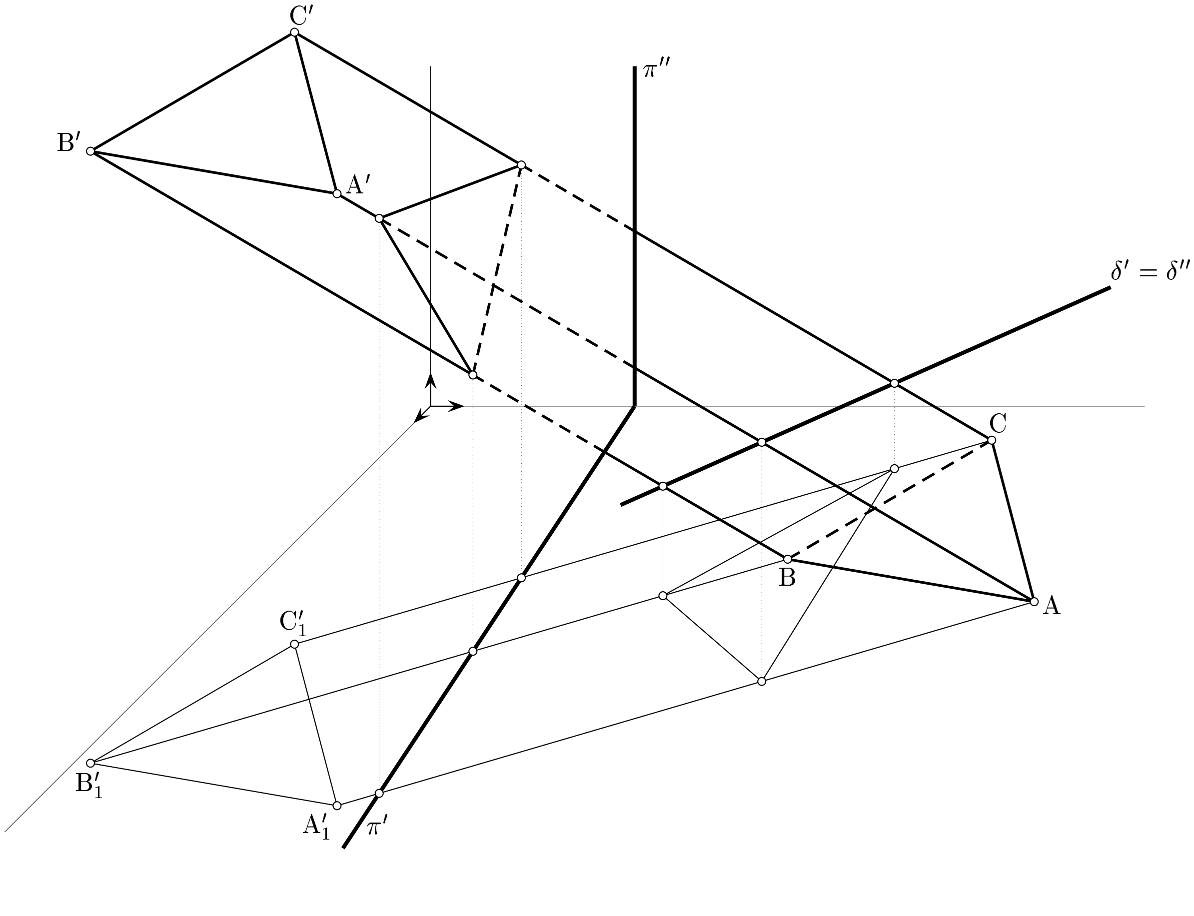


6)

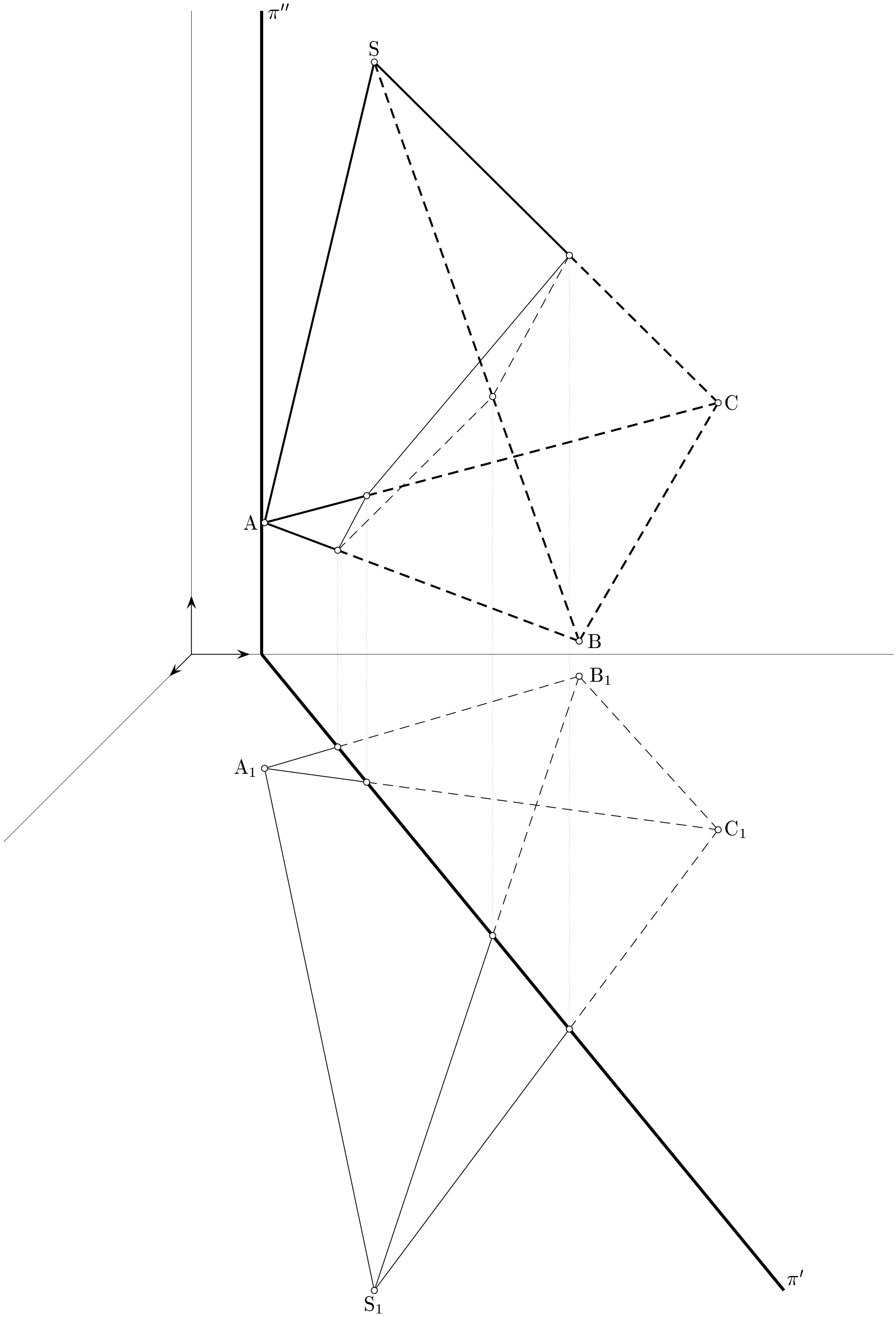


3.9

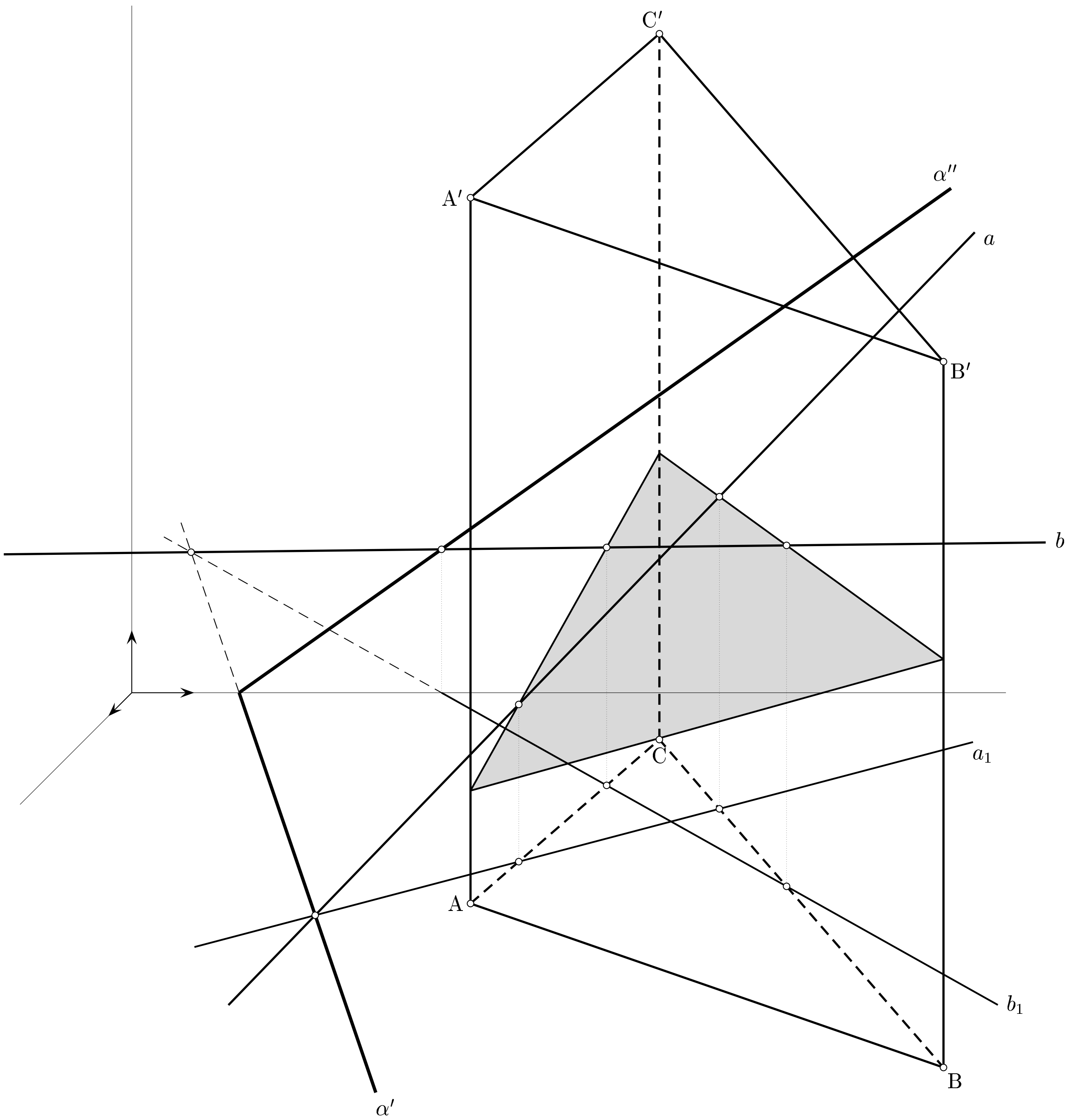
1) Déterminer, avec visibilité, l'intersection du prisme ABCA′B′C′ et du plan vertical π. ABC est sur le sol.
2) Déterminer, avec visibilité, l'intersection du prisme ABCA′B′C′ et du plan δ parallèle au noyau.



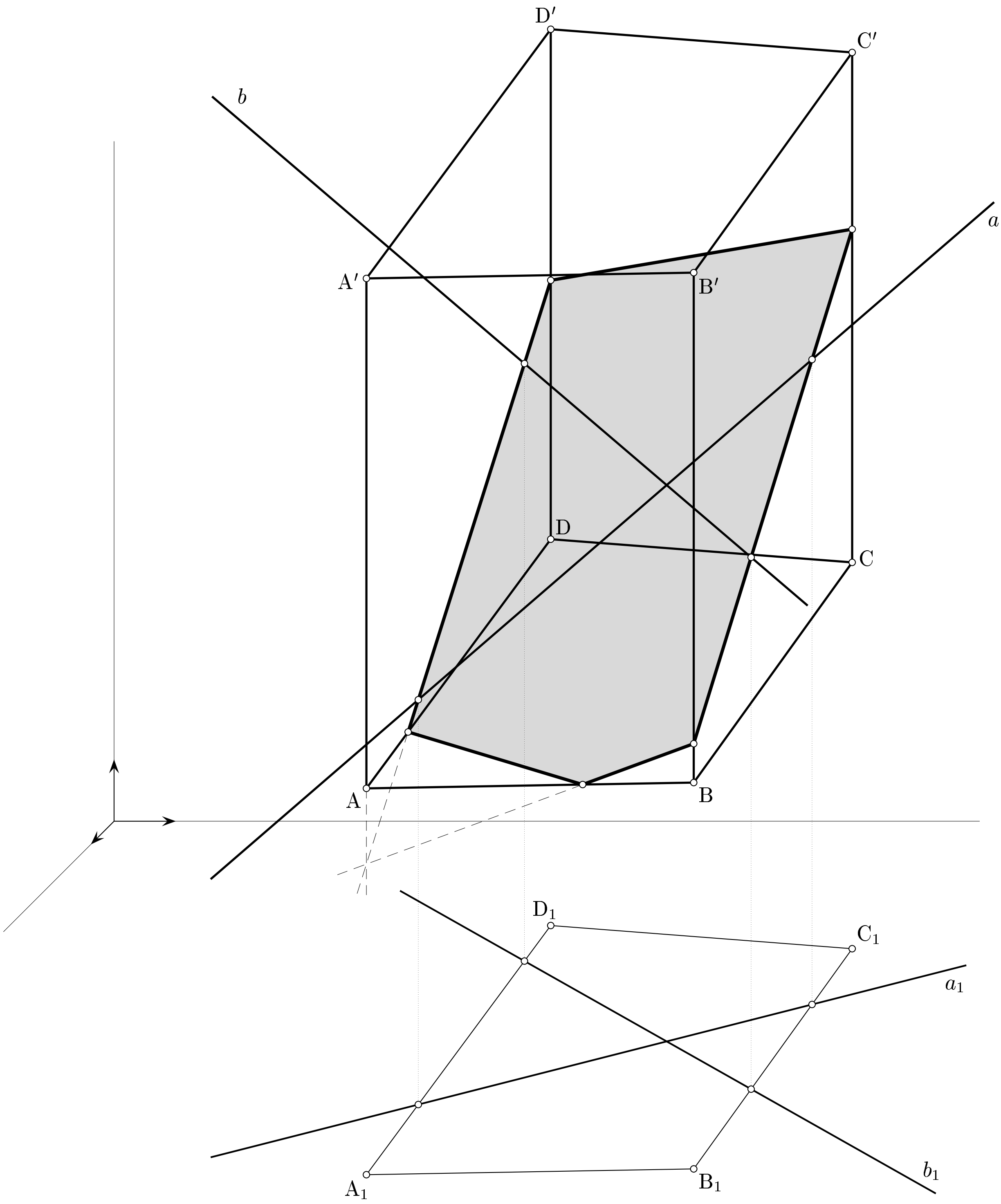
3.10 Déterminer, avec visibilité, l'intersection de la pyramide ABCS et du plan vertical π.



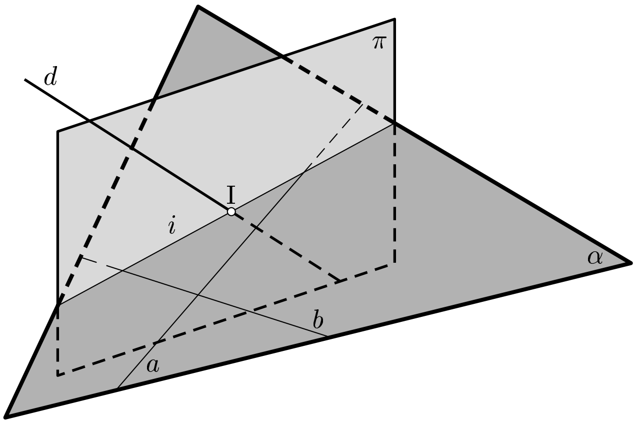
3.11 Déterminer, avec visibilité, l'intersection du plan $\alpha = \text{plan}(a\,;b)$ et du prisme droit ABCA′B′C′ dont la base est sur le sol. Dessiner les traces α' et α'' du plan α.



3.12 Déterminer, avec visibilité, l'intersection du plan $\alpha = \text{plan}(a\,;b)$ et du prisme droit ABCDA′B′C′D′ dont les bases sont parallèles au sol.



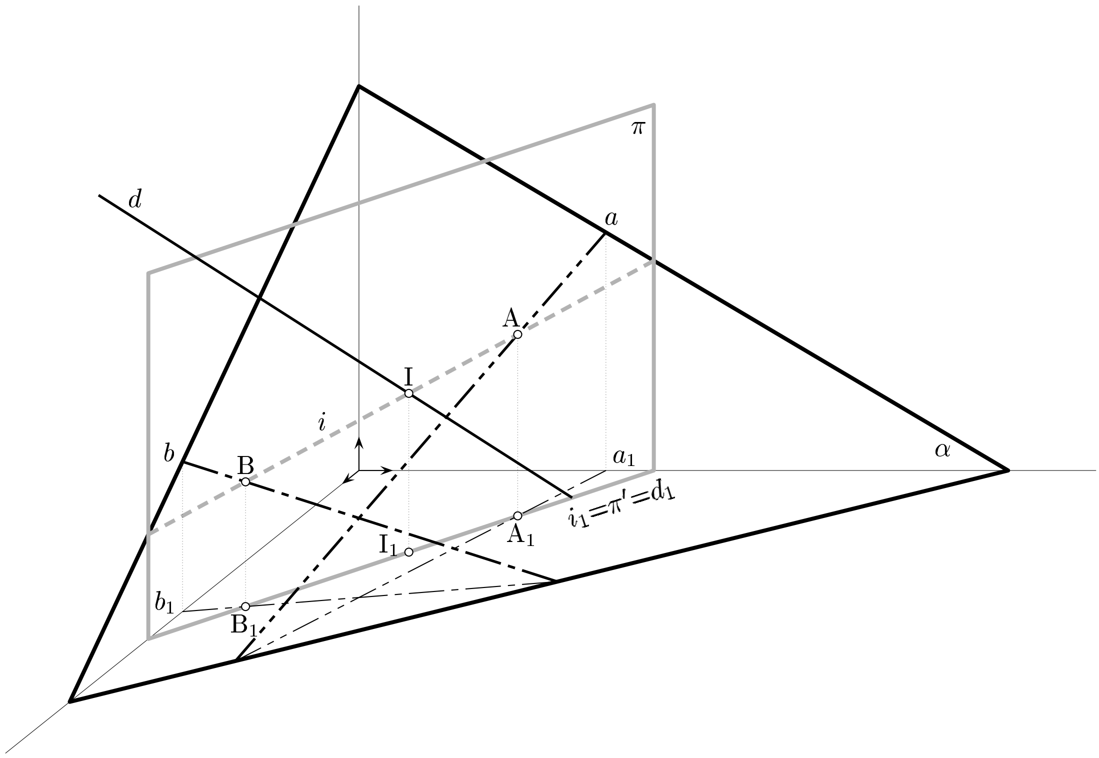
Plan donné par deux sécantes à l'aide d'un plan auxiliaire vertical



On cherche l'intersection I d'une droite d et d'un plan α donné par les deux sécantes a et b.

Généralement, les droites d et a, ainsi que d et b, sont gauches. Donc d ne coupe ni a, ni b.

L'idée est d'obtenir une droite i de α qui soit coplanaire à d. Ainsi $d \cap i$ est un point de d et α ; c'est donc l'intersection de d et α.



La méthode consiste à introduire le plan vertical π contenant d. On obtient ensuite $\mathrm{A} = a \cap \pi$ et $\mathrm{B} = b \cap \pi$.

Ainsi la droite $i = \mathrm{AB}$ est à la fois dans π et α. C'est donc l'intersection de π et α. Les droites i et d sont coplanaires dans π. Excepté le cas où d est parallèle à i, l'intersection I de d et i est à la fois sur d et dans α.

On en conclut que $\mathrm{I} = d \cap \mathrm{plan}(a\,;b)$.

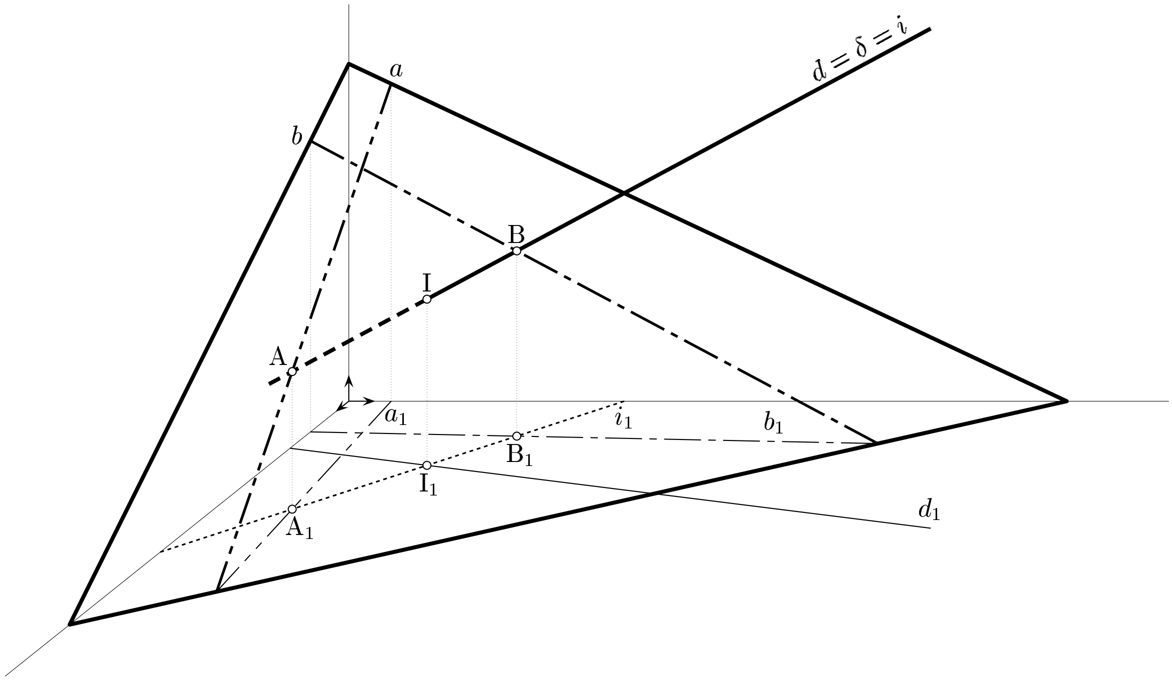
Plan donné par deux sécantes à l'aide d'un plan auxiliaire parallèle au noyau

Généralement, les deux sécantes a et b sont gauches relativement à d. Pour obtenir l'intersection du plan $\alpha = \text{plan}(a\,;b)$ et de d, il faut obtenir une droite i de α telle que i et d soient coplanaires. Pour ceci, on introduit le plan δ passant par d et parallèle au noyau.

On obtient $\mathrm{A} = a \cap \delta$ et $\mathrm{B} = b \cap \delta$.

La droite $i = \mathrm{AB}$ est à la fois dans δ et dans α. Donc $i = \mathrm{AB} = \alpha \cap \delta$. Les droites i et d sont coplanaires dans δ.

Excepté le cas où d et i sont parallèles, l'intersection I de i et d est à la fois dans α et sur d. Ainsi $\mathrm{I} = d \cap \alpha$.



Marche à suivre

Introduire le plan δ passant par d et parallèle au noyau.

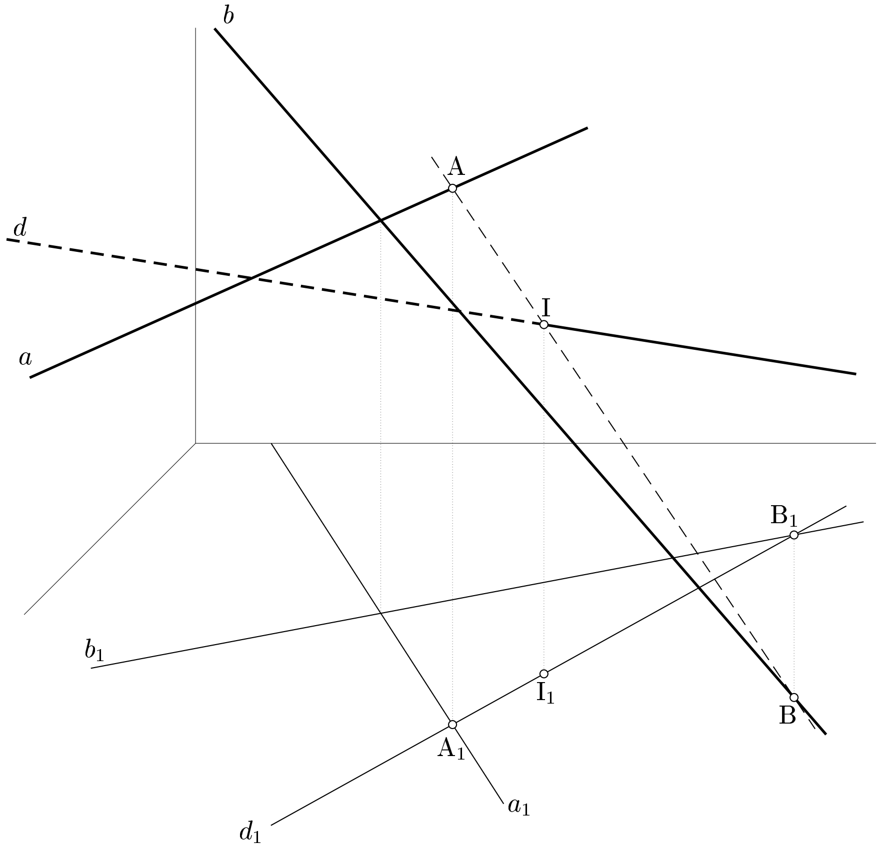
Poser $\mathrm{A} = a \cap \delta$ et $\mathrm{B} = b \cap \delta$.

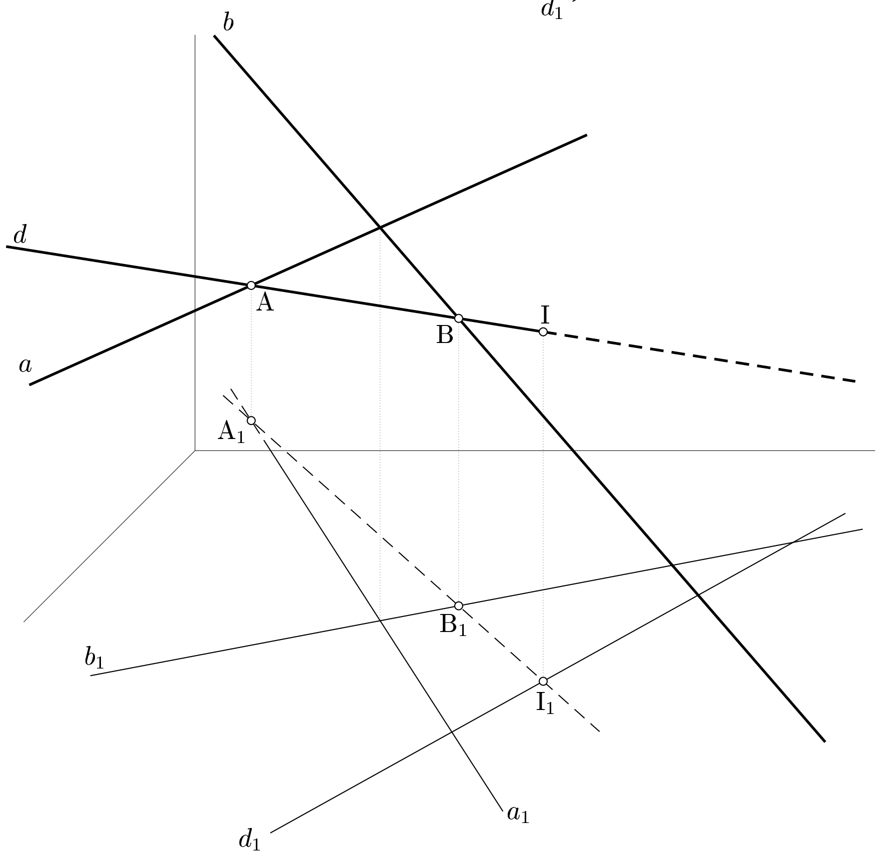
Construire A_1 sur a_1 au moyen d'une verticale par A ; construire B_1 sur b_1 au moyen d'une verticale par B.

Soit $i_1 = \mathrm{A}_1\mathrm{B}_1$. Poser $\mathrm{I}_1 = i_1 \cap d_1$.

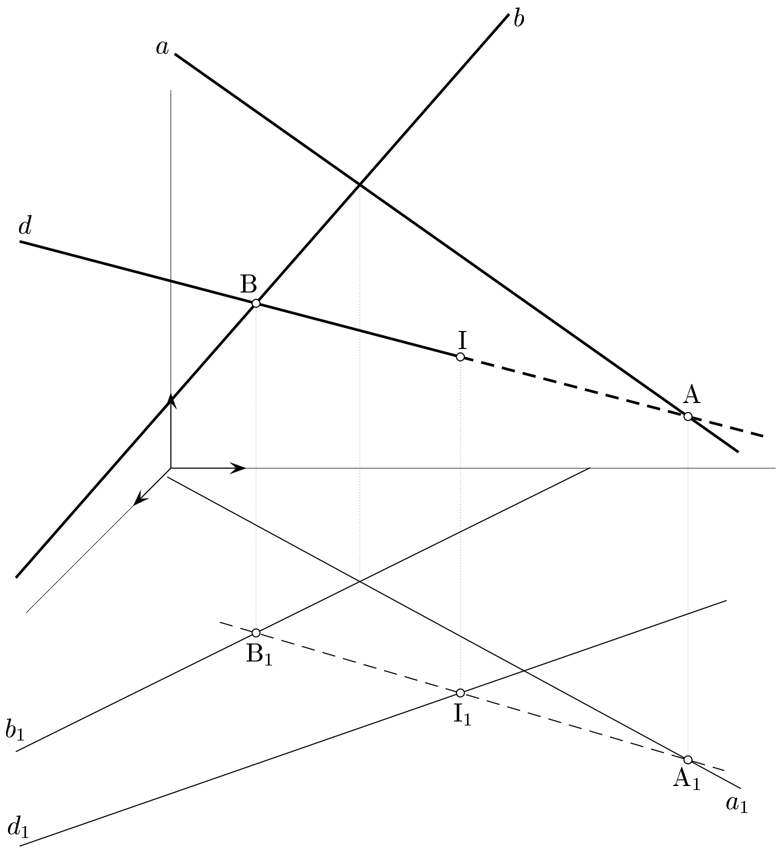
Construire I sur d au moyen d'une verticale par I_1.

3.13 Déterminer, avec visibilité, l'intersection du plan$(a\,;b)$ avec la droite d. Utiliser une fois un plan auxiliaire vertical et une fois un plan parallèle au noyau.

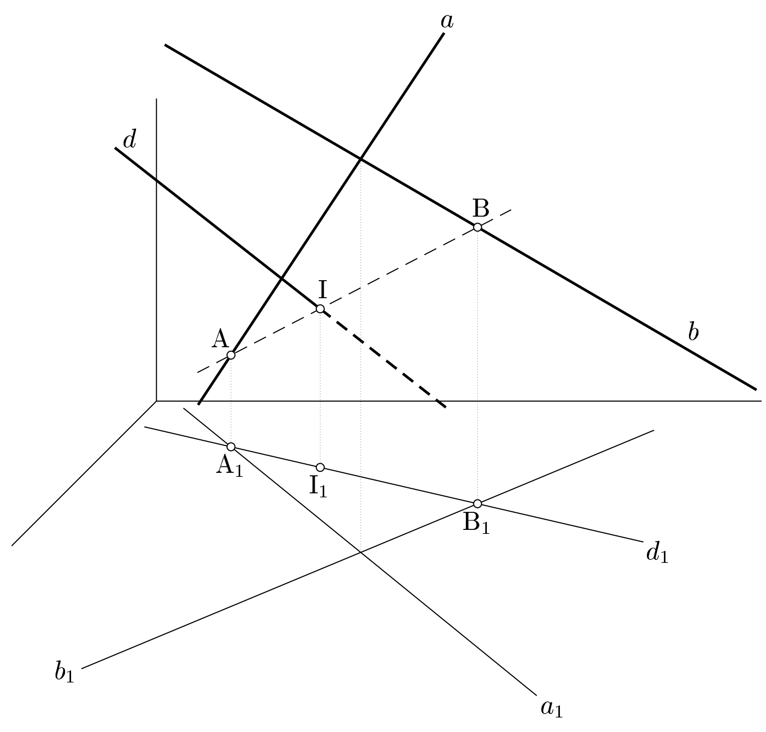




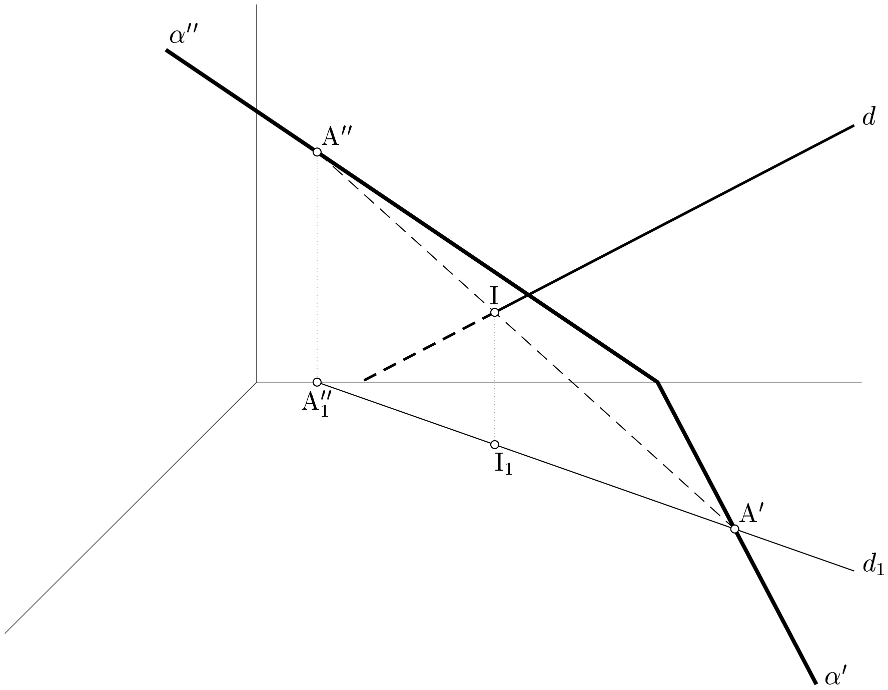
3.14 Déterminer, avec visibilité, l'intersection du plan$(a\,;b)$ avec la droite d.

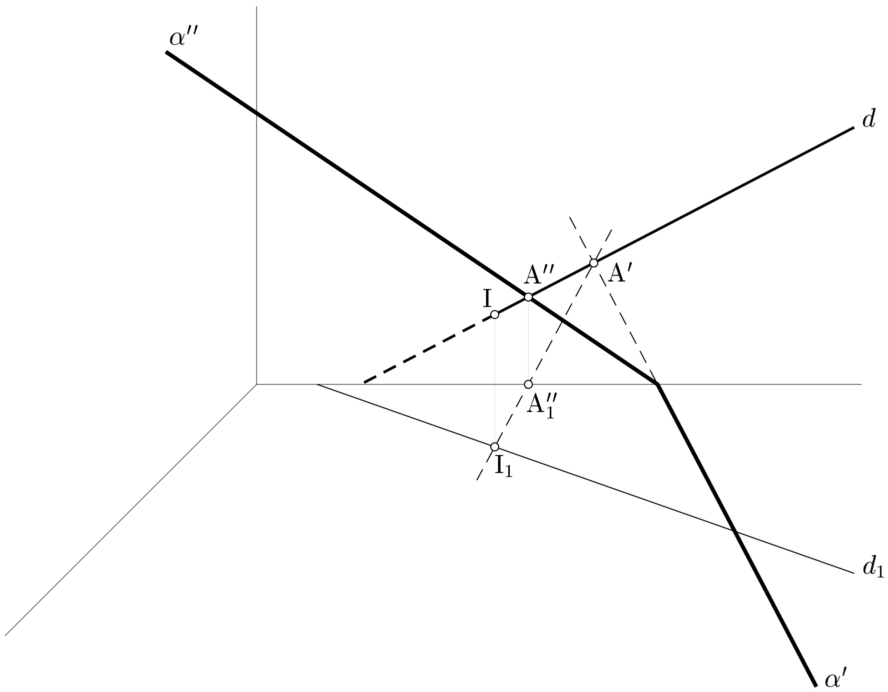


3.15 Déterminer, avec visibilité, l'intersection du plan$(a\,;b)$ avec la droite d.

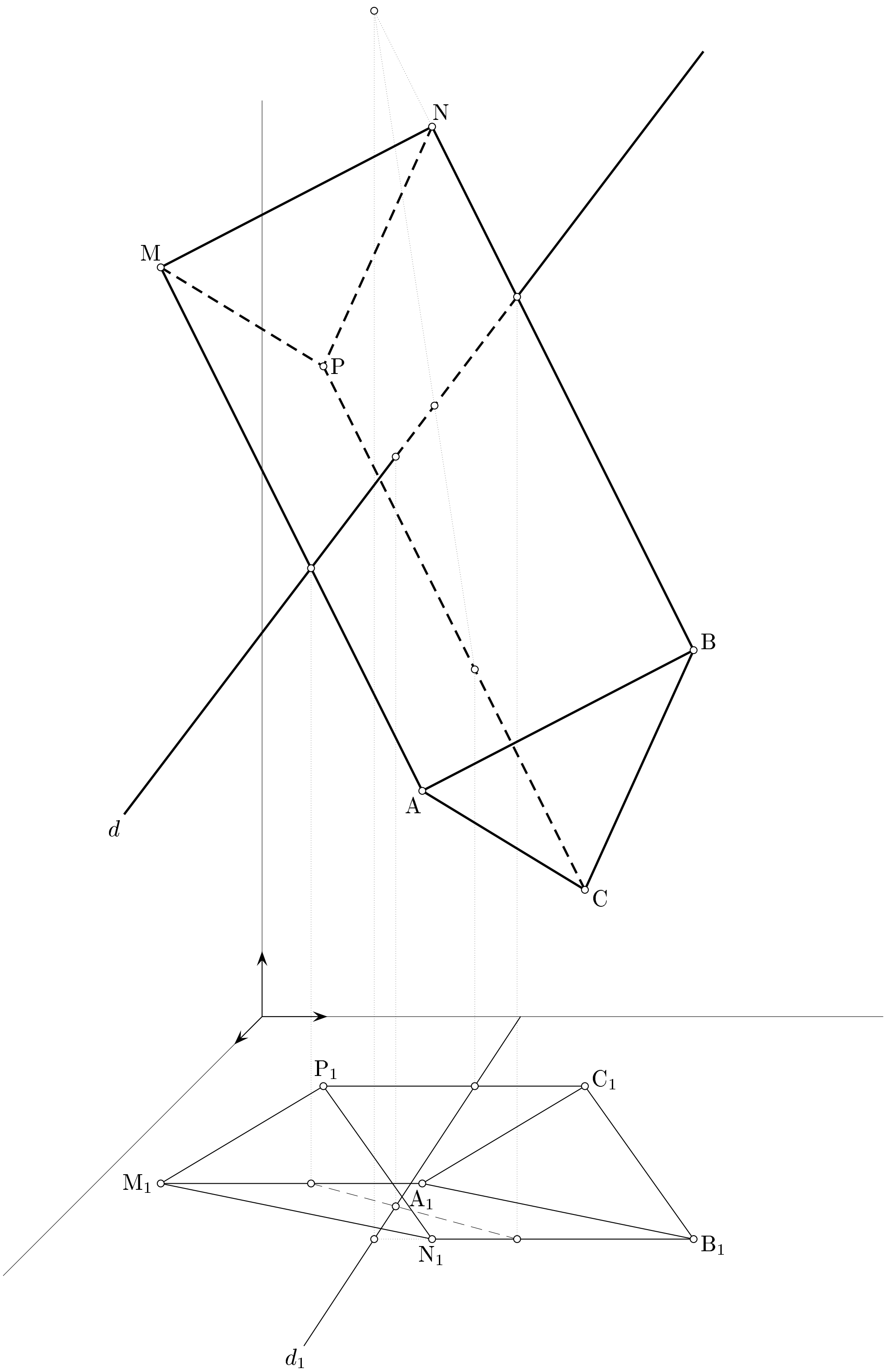


3.16 Déterminer, avec visibilité, l'intersection du plan α, dont on donne les deux premières traces, avec la droite d. Utiliser une fois un plan auxiliaire vertical (1er dessin) et une fois un plan parallèle au noyau (2e dessin).

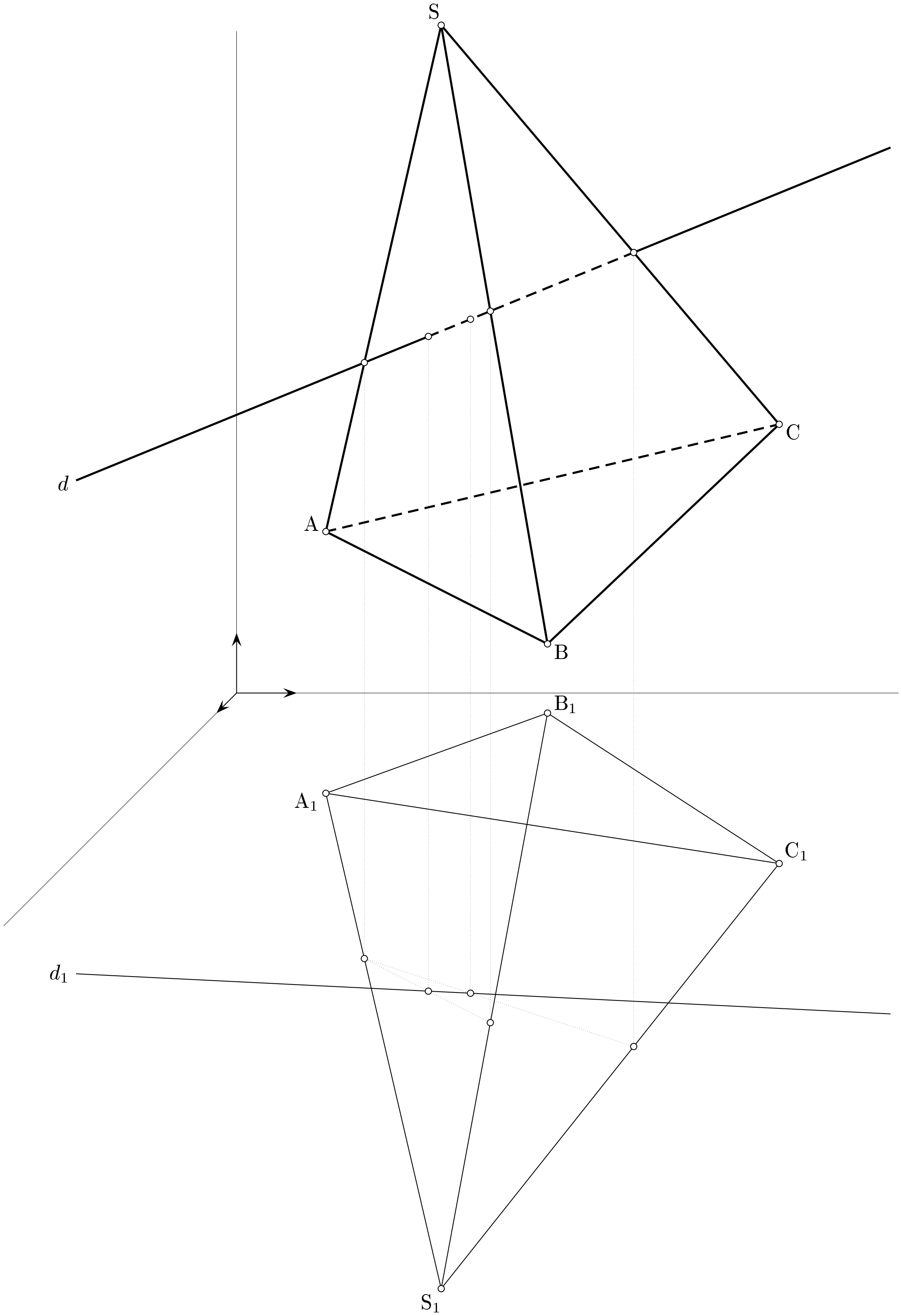




3.17 Déterminer, avec visibilité, l'intersection de la droite d avec le prisme ABCMNP.



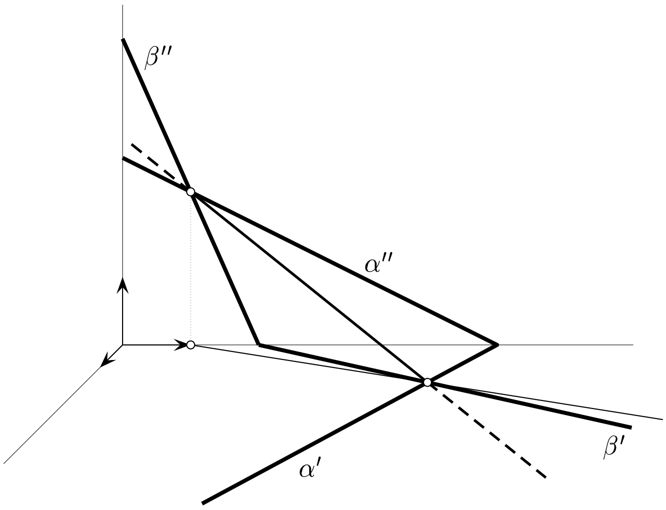
3.18 Déterminer, avec visibilité, l'intersection de la droite d avec la pyramide SABC.



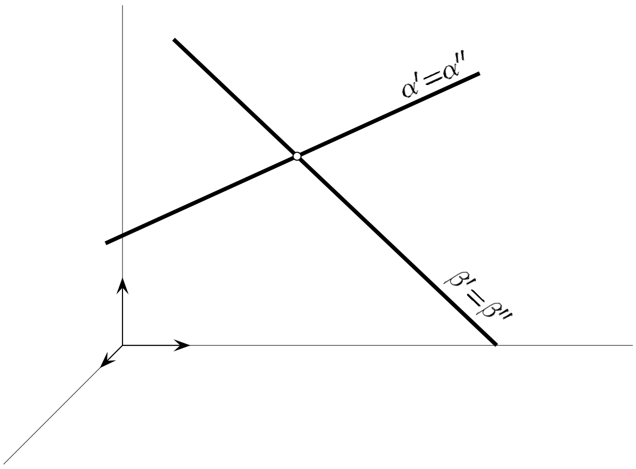
Intersection de plans

3.19 Déterminer l'intersection des plans α et β donnés par leurs traces.

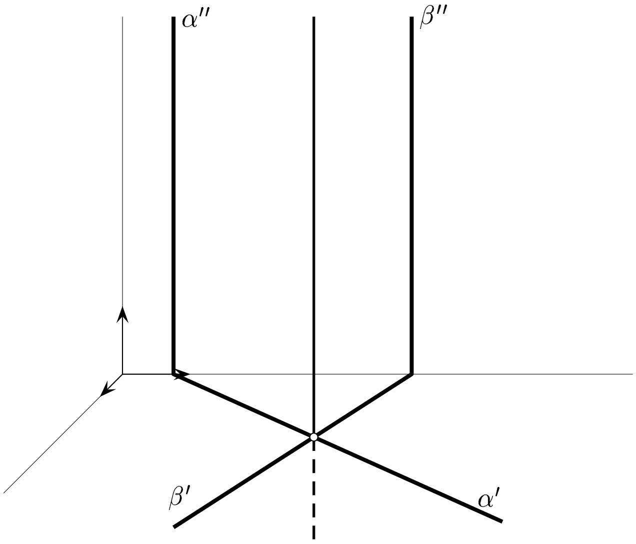
1)



2)

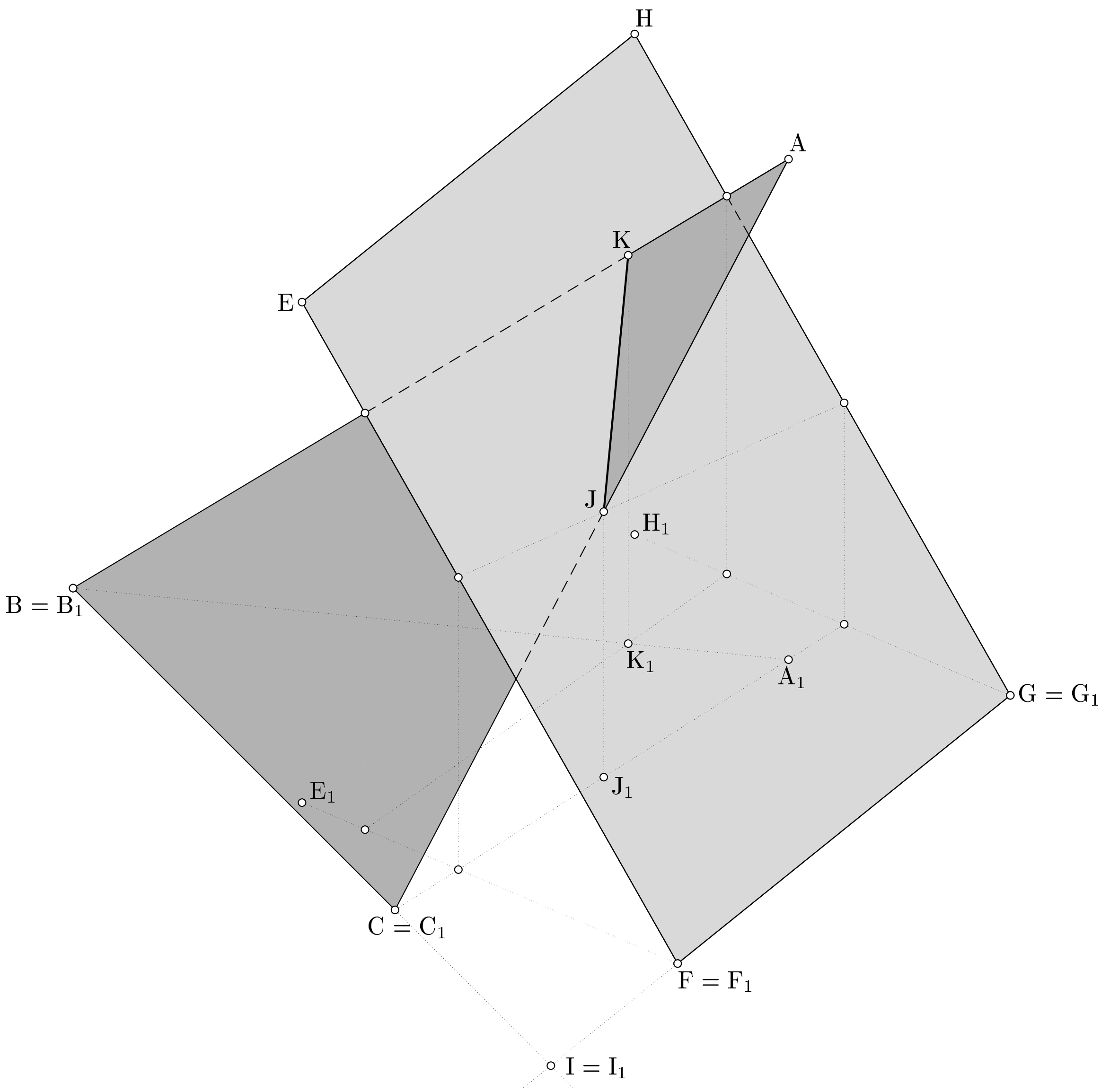


3)

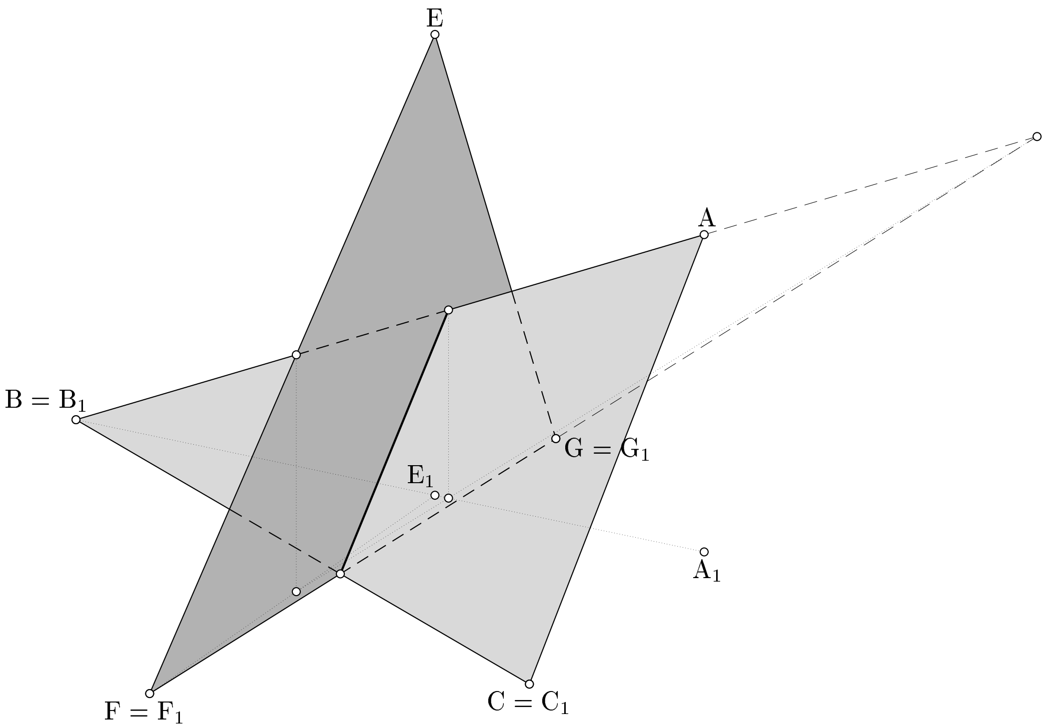


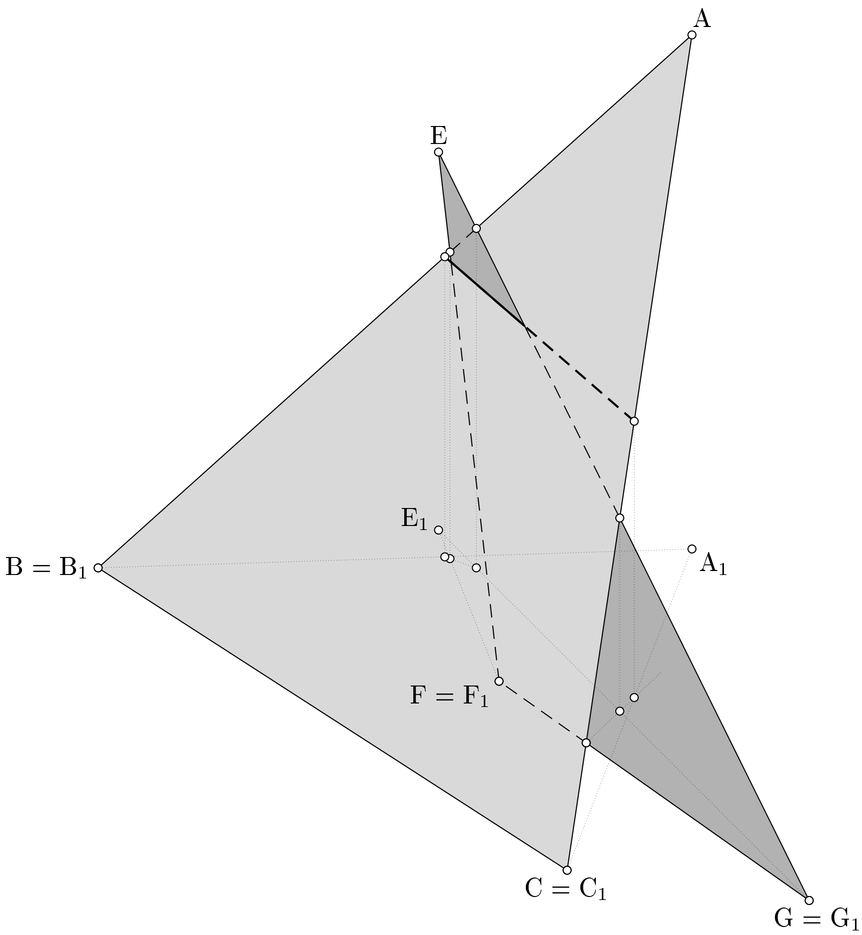
3.20

1) Déterminer l'intersection I de la droite BC avec le plan EFGH.
2) Déterminer l'intersection J de la droite AC avec le plan EFGH en utilisant un plan auxiliaire vertical.
3) Déterminer l'intersection K de la droite AB avec le plan EFGH en utilisant un plan auxiliaire parallèle au noyau.
4) Tracer la droite i d'intersection des plans ABC et EFGH. Aurait-on eu besoin des trois points I, J et K ?
5) Dessiner, en couleur et avec visibilité, l'intersection du triangle ABC et du parallélogramme EFGH. Les plaques sont considérées comme opaques.

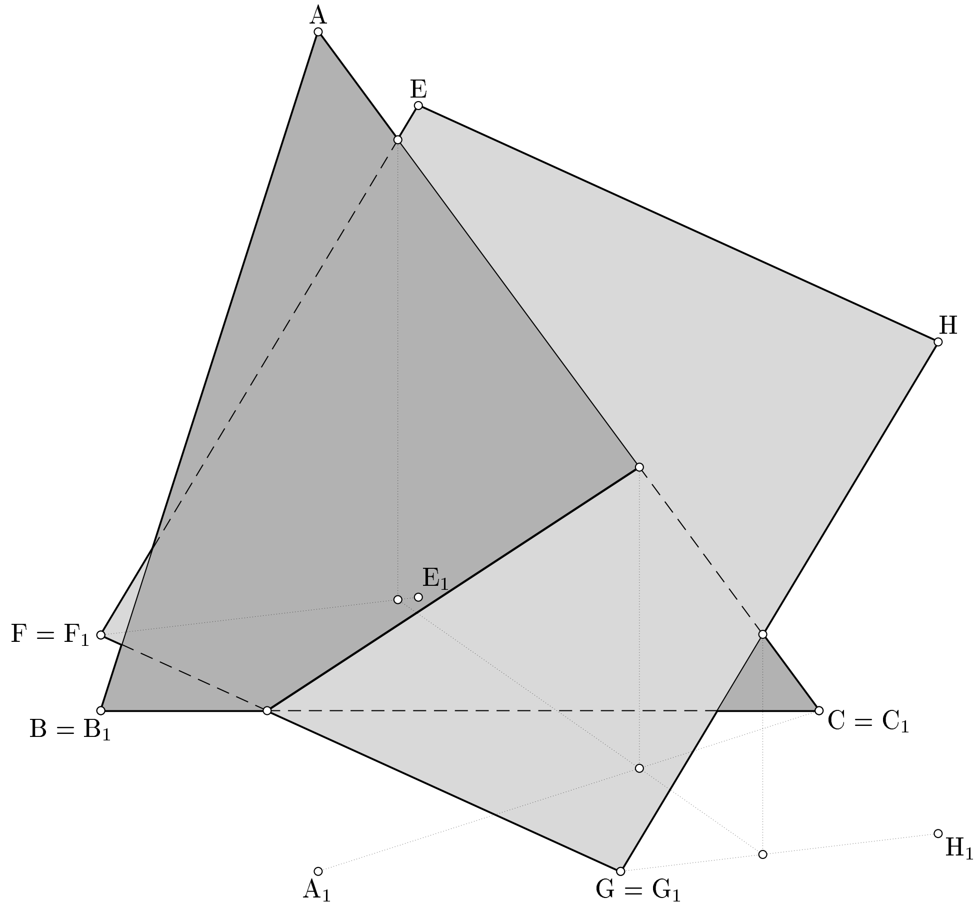


3.21 Déterminer, avec visibilité, l'intersection des triangles ABC et EFG en utilisant des plans auxiliaires verticaux pour le 1er dessin et parallèles au noyau pour le 2nd dessin. On considère les plaques comme opaques.





3.22 Déterminer, avec visibilité, l'intersection du triangle ABC et du parallélogramme EFGH. On considère les plaques comme opaques.

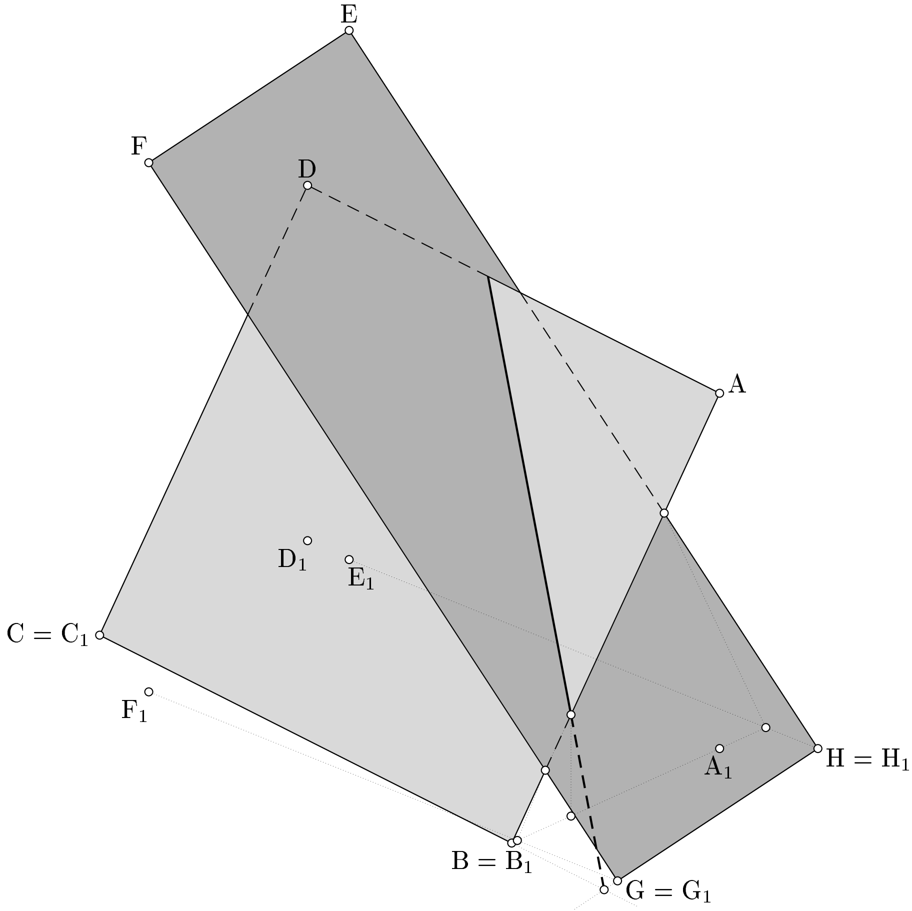


3.23 Dans une axonométrie de noyau $\vec{n} = 3\,\vec{e_1} + 2\,\vec{e_2} + \vec{e_3}$, déterminer, avec visibilité, l'intersection des plaques triangulaires ABC et DEF.

$A(3\,;3\,;3)$	$B(2\,;-1\,;1)$	$C(-1\,;2\,;\frac{2}{3})$
$D(4\,;2\,;-\frac{2}{3})$	$E(-\frac{3}{2}\,;0\,;3)$	$F(-\frac{3}{2}\,;1\,;0)$

Feuille disposée verticalement, origine à 9 cm du bord gauche et à mi-hauteur ; unité : 3 cm.

3.24 Déterminer, avec visibilité, l'intersection des parallélogrammes ABCD et EFGH. On considère les plaques comme opaques.



3.25 Dans une axonométrie de noyau $\vec{n} = 2\,\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}$, déterminer, avec visibilité, l'intersection du parallélogramme ABCD et du triangle EFG.

$A(8\,;1\,;9)$	$B(9\,;3\,;6)$	$C(6\,;7\,;6)$	$D(?\,;?\,;?)$
$E(14\,;\frac{13}{2}\,;14)$	$F(5\,;0\,;5)$	$G(4\,;6\,;4)$	

Feuille disposée verticalement, origine à 9 cm du bord gauche et à mi-hauteur ; unité : 2 cm.

3.26 Déterminer, avec visibilité, l'intersection des prismes ABCA′B′C′ et LMNL′M′N′ dont les bases sont dans le sol.