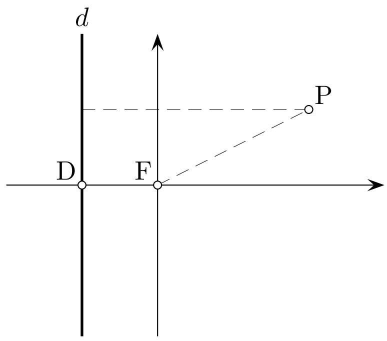
5.1



1) Puisque F est l'origine du repère $\mathcal{R}$, ses coordonnées sont $\mathrm{F}(0\,;0)$.

   Étant donné que la directrice d est perpendiculaire à l'axe focal, choisi comme axe des abscisses, son équation est de la forme $d : x + c = 0$.
   La droite d passe en outre par le point $\mathrm{D}(-r\,;0)$, ce qui donne $-r+c=0$, à savoir $c = r$.
   Ainsi la droite d a pour équation $d : x + r = 0$ ou $d : x = -r$.

2) $\mathrm{PF} = \|\overrightarrow{\mathrm{PF}}\| = \left\| \begin{pmatrix} 0-x \\ 0-y \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(-x)^2 + (-y)^2} = \sqrt{x^2+y^2}$

   $\delta(\mathrm{P}\,;d) = \dfrac{|x+r|}{\sqrt{1^2+0^2}} = |x+r|$

3) $\dfrac{\mathrm{PF}}{\delta(\mathrm{P}\,;d)} = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{|x+r|} = e$ donne $\sqrt{x^2+y^2} = e\,|x+r|$
   En élevant au carré les termes de cette égalité, on obtient :
   $x^2+y^2 = e^2\,(x+r)^2 = e^2\,(x^2+2\,r\,x+r^2) = e^2\,x^2 + 2\,e^2\,r\,x + e^2\,r^2$
   Il en résulte l'équation :
   $(1-e^2)\,x^2 + y^2 - 2\,e^2\,r\,x - e^2\,r^2 = 0$