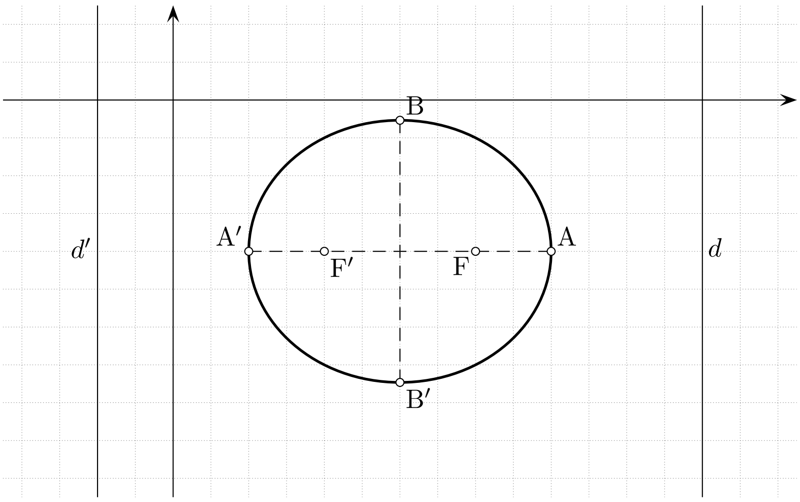
5.19 1) Puisque l'on connaît le centre $(6\,;-4)$ et un sommet $(10\,;-4)$, on en déduit qu'un demi axe vaut $10-6=4$. Sachant que le grand axe est parallèle à l'axe des abscisses, on a donc trouvé le demi-grand axe $a=4$.

La formule $e=\frac{c}{a}$ donne $c=a\,e=4\cdot\frac{1}{2}=2$.

Le carré du demi-petit axe vaut ainsi $b^2=a^2-c^2=4^2-2^2=16-4=12$.

Donc l'équation de l'ellipse est $\dfrac{(x-6)^2}{16}+\dfrac{(y+4)^2}{12}=1$.



2) Connaissant le centre $(1\,;2)$ et un foyer $(6\,;2)$, on en déduit d'une part que l'axe focal est parallèle à l'axe Ox et d'autre part que la demi-distance focale vaut $c=6-1=5$.

L'équation de l'ellipse est de la forme $\dfrac{(x-1)^2}{a^2}+\dfrac{(y-2)^2}{b^2}=1$.

Sachant que $c^2=a^2-b^2$ et que l'ellipse passe par le point $(4\,;6)$, on doit résoudre le système

$$\begin{cases} 25=a^2-b^2 \\ \dfrac{(4-1)^2}{a^2}+\dfrac{(6-2)^2}{b^2}=\dfrac{9}{a^2}+\dfrac{16}{b^2}=1 \end{cases}$$

La première équation donne $b^2=a^2-25$ que l'on remplace dans la seconde équation :

$$\frac{9}{a^2}+\frac{16}{a^2-25}=1$$

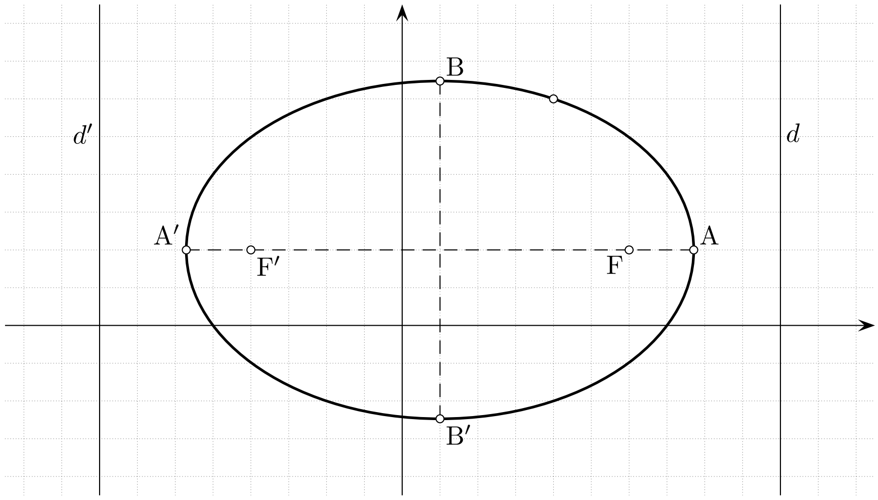
$$0=\frac{9}{a^2}+\frac{16}{a^2-25}-1=\frac{9\,(a^2-25)+16\,a^2-a^2\,(a^2-25)}{a^2\,(a^2-25)}$$

$$=\frac{-a^4+50\,a^2-225}{a^2\,(a^2-25)}=\frac{-(a^2-5)\,(a^2-45)}{a^2\,(a^2-25)}$$

$a^2=5$ implique $b^2=a^2-25=5-25=-20$, ce qui est impossible

$a^2=45$ délivre $b^2=a^2-25=45-25=20$

On conclut que l'équation de l'ellipse est $\dfrac{(x-1)^2}{45}+\dfrac{(y-2)^2}{20}=1$.


B
d'
d
A′
A
F′
F
B′