

5.20 Vu que la directrice $d' : y + 6 = 0$ est horizontale, le grand axe est parallèle à l'axe des ordonnées.

La distance entre le centre $C(0; 2)$ et la directrice $d' : y + 6 = 0$ donne

$$\frac{a}{e} = \delta(C; d') = \frac{|2+6|}{\sqrt{0^2+1^2}} = 8.$$

$$\text{Donc } a = 8e = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4.$$

$$\text{La formule } e = \frac{c}{a} \text{ implique } c = ae = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

$$\text{Le carré du demi-petit axe vaut } b^2 = a^2 - c^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12.$$

$$\text{On conclut que l'équation de l'ellipse est } \frac{x^2}{12} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1.$$

