5.23 Puisque $e > 1$, on a $e^2 > 1$, de sorte que $1 - e^2 < 0$.

En reprenant les définitions de l'exercice 5.11, on obtient :

$a = \left|\frac{e\,r}{1-e^2}\right| = -\frac{e\,r}{1-e^2}$

En reprenant les résultats de l'exercice 5.11, on a :

$$\frac{b^2}{a} = \frac{c^2 - a^2}{a} = \frac{a^2 - c^2}{-a} = \frac{\frac{e^2\,r^2}{1-e^2}}{-\left(-\frac{e\,r}{1-e^2}\right)} = e\,r = p$$

Puisque les points P et P′ sont les points de l'hyperbole possédant la même abscisse que le foyer $\mathrm{F}(c\,;0)$, leurs coordonnées s'obtiennent en résolvant le système

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \\ x = c \end{cases}$$

En remplaçant $x = c$ dans la première équation, on obtient :

$$\frac{c^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{c^2}{a^2} - 1 = \frac{c^2 - a^2}{a^2} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$y^2 = \frac{b^4}{a^2} = \left(\frac{b^2}{a}\right)^2 = p^2$$

$$y = \pm p$$

On a par conséquent trouvé $\mathrm{P}(c\,;p)$ et $\mathrm{P}'(c\,;-p)$.