5.24 1) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = \dfrac{x^2}{4^2} - \dfrac{y^2}{3^2} = 1$

Le demi axe focal est $a = 4$ et $b = 3$.

La demi-distance focale vaut $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

L'excentricité est donnée par $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$.

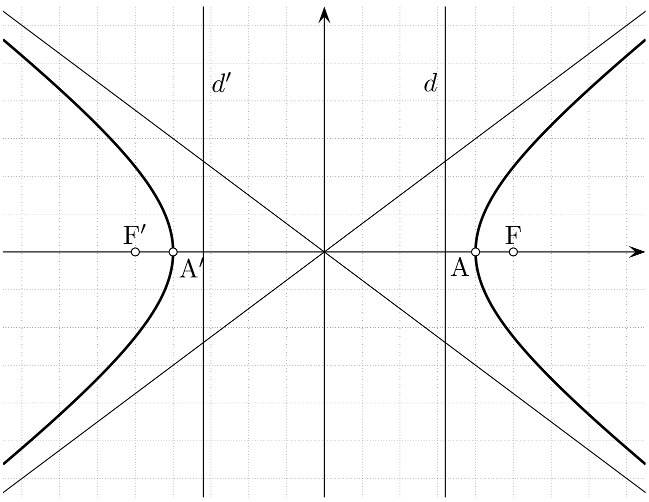
Le demi-paramètre vaut $p = \frac{b^2}{a} = \frac{3^2}{4} = \frac{9}{4}$, si bien que le paramètre est $2\,p = \frac{9}{2}$.

Les sommets sont $\mathrm{A}(a\,;0) = \mathrm{A}(4\,;0)$ et $\mathrm{A}'(-a\,;0) = \mathrm{A}'(-4\,;0)$.

Les foyers sont $\mathrm{F}(c\,;0) = \mathrm{F}(5\,;0)$ et $\mathrm{F}'(-c\,;0) = \mathrm{F}'(-5\,;0)$.

Les asymptotes sont $y = \pm\frac{b}{a}\,x = \pm\frac{3}{4}\,x$.

Les directrices ont pour équation $x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{16}{5}$.



2) $\dfrac{(x-2)^2}{16} - \dfrac{(y-1)^2}{9} = 1$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = x - 2 \\ y^\star = y - 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x = x^\star + 2 \\ y = y^\star + 1 \end{cases}$$

l'équation de l'hyperbole s'écrit $\dfrac{x^{\star 2}}{16} - \dfrac{y^{\star 2}}{9} = \dfrac{x^{\star 2}}{4^2} - \dfrac{y^{\star 2}}{3^2} = 1$.

Le demi axe focal est $a = 4$ et $b = 3$.

La demi-distance focale vaut $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

L'excentricité est donnée par $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$.

Le demi-paramètre vaut $p = \frac{b^2}{a} = \frac{3^2}{4} = \frac{9}{4}$, si bien que le paramètre est $2\,p = \frac{9}{2}$.

Les sommets sont $\mathrm{A}^\star(a\,;0) = \mathrm{A}^\star(4\,;0)$ et $\mathrm{A}'^\star(-a\,;0) = \mathrm{A}'^\star(-4\,;0)$.

Les foyers sont $\mathrm{F}^\star(c\,;0) = \mathrm{F}^\star(5\,;0)$ et $\mathrm{F}'^\star(-c\,;0) = \mathrm{F}'^\star(-5\,;0)$.

Les asymptotes sont $y^\star = \pm\frac{b}{a}\,x^\star = \pm\frac{3}{4}\,x^\star$.

Les directrices ont pour équation $x^\star = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{16}{5}$.

Il s'agit maintenant de donner les coordonnées des sommets, des foyers, les équations des asymptotes et des directrices dans le repère $\mathcal{R}$.

$\begin{cases} x_\text{A} = x^\star_\text{A} + 2 = 4 + 2 = 6 \\ y_\text{A} = y^\star_\text{A} + 1 = 0 + 1 = 1 \end{cases}$ donc A$(6\,;1)$

$\begin{cases} x_{\text{A}'} = x^\star_{\text{A}'} + 2 = -4 + 2 = -2 \\ y_{\text{A}'} = y^\star_{\text{A}'} + 1 = 0 + 1 = 1 \end{cases}$ d'où A$'(-2\,;1)$

$\begin{cases} x_\text{F} = x^\star_\text{F} + 2 = 5 + 2 = 7 \\ y_\text{F} = y^\star_\text{F} + 1 = 0 + 1 = 1 \end{cases}$ donc F$(7\,;1)$

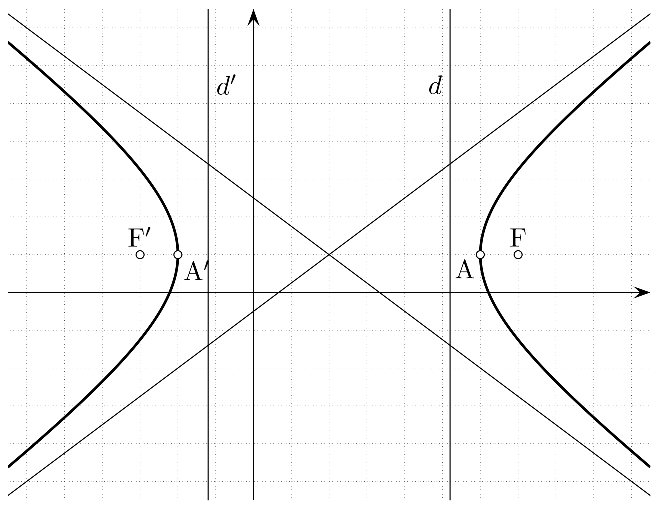
$\begin{cases} x_{\text{F}'} = x^\star_{\text{F}'} + 2 = -5 + 2 = -3 \\ y_{\text{F}'} = y^\star_{\text{F}'} + 1 = 0 + 1 = 1 \end{cases}$ d'où F$'(-3\,;1)$

$y^\star = \frac{3}{4}\,x^\star \iff (y-1) = \frac{3}{4}\,(x-2) \iff y = \frac{3}{4}\,x - \frac{1}{2}$

$y^\star = -\frac{3}{4}\,x^\star \iff (y-1) = -\frac{3}{4}\,(x-2) \iff y = -\frac{3}{4}\,x + \frac{5}{2}$

$d : x^\star = \frac{16}{5} \iff x - 2 = \frac{16}{5} \iff x = \frac{26}{5}$

$d' : x^\star = -\frac{16}{5} \iff x - 2 = -\frac{16}{5} \iff x = -\frac{6}{5}$



3) $\dfrac{y^2}{9} - \dfrac{x^2}{16} = \dfrac{y^2}{3^2} - \dfrac{x^2}{4^2} = 1$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = y \\ y^\star = x \end{cases} \iff \begin{cases} x = y^\star \\ y = x^\star \end{cases}$$

l'équation de l'hyperbole s'écrit $\dfrac{x^{\star 2}}{3^2} - \dfrac{y^{\star 2}}{4^2} = 1$.

Le demi axe focal est $a = 3$ et $b = 4$.

La demi-distance focale vaut $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

L'excentricité est donnée par $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$.

Le demi-paramètre vaut $p = \frac{b^2}{a} = \frac{4^2}{3} = \frac{16}{3}$, si bien que le paramètre est $2\,p = \frac{32}{3}$.

Les sommets sont $A^\star(a\,;0) = A^\star(3\,;0)$ et $A'^\star(-a\,;0) = A'^\star(-3\,;0)$.

Les foyers sont $F^\star(c\,;0) = F^\star(5\,;0)$ et $F'^\star(-c\,;0) = F'^\star(-5\,;0)$.

Les asymptotes sont $y^\star = \pm\frac{b}{a}\,x^\star = \pm\frac{4}{3}\,x^\star$.

Les directrices ont pour équation $x^\star = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{9}{5}$.

Il s'agit maintenant de donner les coordonnées des sommets, des foyers, les équations des asymptotes et des directrices dans le repère $\mathcal{R}$.

$\begin{cases} x_A = y^\star_A = 0 \\ y_A = x^\star_A = 3 \end{cases}$ donc $A(0\,;3)$

$\begin{cases} x_{A'} = y^\star_{A'} = 0 \\ y_{A'} = x^\star_{A'} = -3 \end{cases}$ d'où $A'(0\,;-3)$

$\begin{cases} x_F = y^\star_F = 0 \\ y_F = x^\star_F = 5 \end{cases}$ donc $F(0\,;5)$

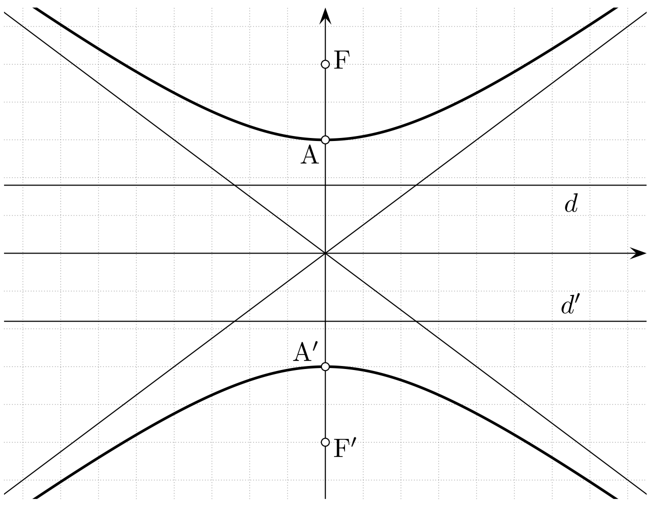
$\begin{cases} x_{F'} = y^\star_{F'} = 0 \\ y_{F'} = x^\star_{F'} = -5 \end{cases}$ d'où $F'(0\,;-5)$

$y^\star = \frac{4}{3}\,x^\star \iff x = \frac{4}{3}\,y \iff y = \frac{3}{4}\,x$

$y^\star = -\frac{4}{3}\,x^\star \iff x = -\frac{4}{3}\,y \iff y = -\frac{3}{4}\,x$

$d : x^\star = \frac{9}{5} \iff y = \frac{9}{5}$

$d' : x^\star = -\frac{9}{5} \iff y = -\frac{9}{5}$



4) $\dfrac{(y-1)^2}{9} - \dfrac{(x-2)^2}{16} = 1$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = y - 1 \\ y^\star = x - 2 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y^\star + 2 \\ y = x^\star + 1 \end{cases}$$

l'équation de l'hyperbole s'écrit $\dfrac{x^{\star 2}}{9} - \dfrac{y^{\star 2}}{16} = \dfrac{x^{\star 2}}{3^2} - \dfrac{y^{\star 2}}{4^2} = 1$.

Le demi axe focal est $a = 3$ et $b = 4$.

La demi-distance focale vaut $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

L'excentricité est donnée par $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$.

Le demi-paramètre vaut $p = \frac{b^2}{a} = \frac{4^2}{3} = \frac{16}{3}$, si bien que le paramètre est $2\,p = \frac{32}{3}$.

Les sommets sont $\mathrm{A}^\star(a\,;0) = \mathrm{A}^\star(3\,;0)$ et $\mathrm{A}'^\star(-a\,;0) = \mathrm{A}'^\star(-3\,;0)$.

Les foyers sont $\mathrm{F}^\star(c\,;0) = \mathrm{F}^\star(5\,;0)$ et $\mathrm{F}'^\star(-c\,;0) = \mathrm{F}'^\star(-5\,;0)$.

Les asymptotes sont $y^\star = \pm\frac{b}{a}\,x^\star = \pm\frac{4}{3}\,x^\star$.

Les directrices ont pour équation $x^\star = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{9}{5}$.

Il s'agit maintenant de donner les coordonnées des sommets, des foyers, les équations des asymptotes et des directrices dans le repère $\mathcal{R}$.

$\begin{cases} x_\mathrm{A} = y^\star_\mathrm{A} + 2 = 0 + 2 = 2 \\ y_\mathrm{A} = x^\star_\mathrm{A} + 1 = 3 + 1 = 4 \end{cases}$ donc $\mathrm{A}(2\,;4)$

$\begin{cases} x_{\mathrm{A}'} = y^\star_{\mathrm{A}'} + 2 = 0 + 2 = 2 \\ y_{\mathrm{A}'} = x^\star_{\mathrm{A}'} + 1 = -3 + 1 = -2 \end{cases}$ d'où $\mathrm{A}'(2\,;-2)$

$\begin{cases} x_\mathrm{F} = y^\star_\mathrm{F} + 2 = 0 + 2 = 2 \\ y_\mathrm{F} = x^\star_\mathrm{F} + 1 = 5 + 1 = 6 \end{cases}$ donc $\mathrm{F}(2\,;6)$

$\begin{cases} x_{\mathrm{F}'} = y^\star_{\mathrm{F}'} + 2 = 0 + 2 = 2 \\ y_{\mathrm{F}'} = x^\star_{\mathrm{F}'} + 1 = -5 + 1 = -4 \end{cases}$ d'où $\mathrm{F}'(2\,;-4)$

$y^\star = \frac{4}{3}\,x^\star \iff x - 2 = \frac{4}{3}\,(y-1) \iff \frac{4}{3}\,y = x - \frac{2}{3} \iff y = \frac{3}{4}\,x - \frac{1}{2}$

$y^\star = -\frac{4}{3}\,x^\star \iff x - 2 = -\frac{4}{3}\,(y-1) \iff -\frac{4}{3}\,y = x - \frac{10}{3}$

$\iff y = -\frac{3}{4}\,x + \frac{5}{2}$

$d : x^\star = \frac{9}{5} \iff y - 1 = \frac{9}{5} \iff y = \frac{14}{5}$

$d' : x^\star = -\frac{9}{5} \iff y - 1 = -\frac{9}{5} \iff y = -\frac{4}{5}$