

5.27 Sachant que l'hyperbole est centrée à l'origine et que ses foyers sont sur l'axe des ordonnées, on peut déjà dire que son équation est de la forme $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$.

Les coefficients a , b et c doivent satisfaire le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{b^2}{a} = p = \frac{16}{2} = 8 \\ \frac{c}{a} = e = 5 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} .$$

La première équation donne $b^2 = 8a$ et la seconde $c = 5a$.

Par conséquent, la troisième équation devient :

$$(5a)^2 = a^2 + 8a$$

$$0 = 24a^2 - 8a = 8a(3a - 1)$$

Comme $a > 0$, on conclut que $a = \frac{1}{3}$ et $b^2 = 8a = \frac{8}{3}$.

Il en résulte que l'équation de l'hyperbole est $\frac{y^2}{\frac{1}{9}} - \frac{x^2}{\frac{8}{3}} = 1$.

